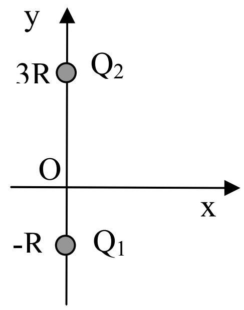
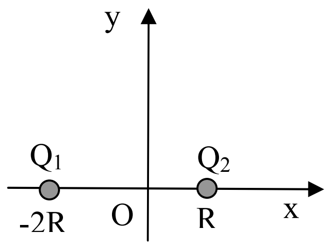
Potenziale ed energia potenziale

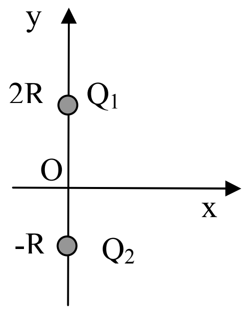


1) Siano date due cariche puntiformi positive $Q_1=Q$ e $Q_2=9Q$, disposte sullo stesso asse rispettivamente ad una distanza R e 3R dal punto O (vedi figura).
Determinare:
a) il lavoro necessario per portare una carica negativa –q dall'infinito al punto O;
b) il valore che deve assumere q affinché nella posizione finale il sistema sia in equilibrio.

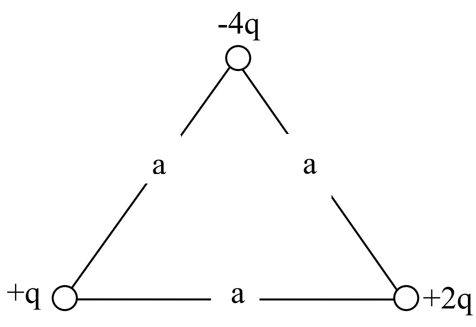
Soluzione: a) $L = -q\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{4Q}{R}\right)$ b) L'equilibrio si ha per ogni valore di q.



2) Siano date due cariche puntiformi positive $Q_1=4Q$ e $Q_2=Q$, disposte sullo stesso asse rispettivamente ad una distanza 2R ed R dal punto O (vedi figura).
Determinare:
a) il lavoro necessario per portare una carica negativa –q dall'infinito al punto O;
b) il valore che deve assumere q affinché nella posizione finale il sistema sia in equilibrio.

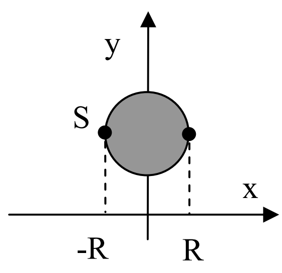


3) Siano date due cariche puntiformi negative $Q_1=4Q$ e $Q_2=Q$, disposte sullo stesso asse rispettivamente ad una distanza 2R e R dal punto O (vedi figura).
Determinare:
a) il lavoro necessario per portare una carica positiva q dall'infinito al punto O;
b) il valore che deve assumere q affinché nella posizione finale il sistema sia in equilibrio.



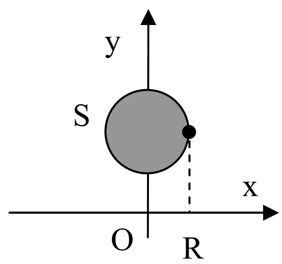
4) Tre cariche sono disposte come in figura. Quale è la loro energia potenziale? Assumere $q = 1.0\times10^{-7}$ C e a = 10 cm.
[*L'energia potenziale di un sistema di cariche è definita come il lavoro necessario per costruire il sistema di cariche portandole dall'infinito nella loro posizione*]

Soluzione: $U = -9.0\times10^{-3}\,J$



5) Sia data una sfera S di raggio R piena su cui è presente uniformemente una carica positiva di densità ρ, posta sull'asse y ad una distanza 2R da O. Sulla superficie di S alle coordinate (R,2R) ed (-R,2R) sono inoltre poste due cariche puntiformi positive Q. Determinare:
a) l'espressione del campo $\vec{E}$ nell'origine O del sistema di assi
b) la densità di energia nello stesso punto.

6) Sia data una calotta sferica S di raggio R su cui è disposta uniformemente una carica positiva di densità σ, posta sull'asse y ad una distanza 2R da O. Sulla superficie di S alle coordinate (R,2R) è inoltre posta una carica puntiforme positiva Q. Determinare:
a) l'espressione del campo $\vec{E}$ nell'origine O del sistema di assi
b) la densità di energia nello stesso punto.



7) In una porzione di spazio cilindrica indefinita di raggio R è presente della carica positiva disposta con densità variabile ρ=Kr, dove r rappresenta la distanza dall'asse del cilindro. Determinare:
a) la quantità di carica totale Q contenuta in una porzione di cilindro di altezza H;
b) la quantità totale di energia immagazzinata nello stesso volume.

Soluzione: a) $Q = \frac{2}{3} KH\pi R^3$ b) $U_{tot} = \frac{1}{54}\frac{\pi K^2 HR^6}{\varepsilon_0}$

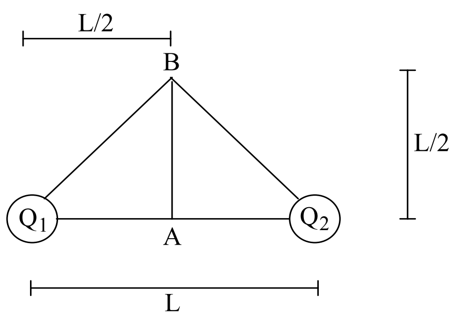
8) In una porzione di spazio sferica indefinita di raggio 2R è presente della carica positiva disposta con densità variabile ρ=Kr, dove r rappresenta la distanza dal centro della sfera. Determinare:
a) la quantità di carica totale Q contenuta nella sfera;
b) la quantità totale di energia immagazzinata nella sfera.

Soluzione: a) $Q = K\pi R^4$ b) $U_{tot} = \frac{1}{56}\frac{\pi K^2 R^7}{\varepsilon_0}$

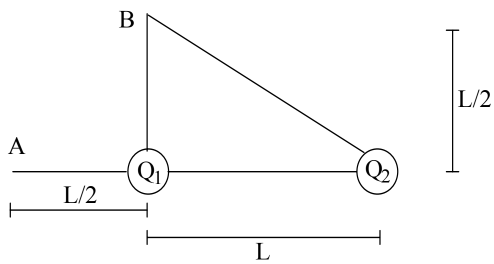
9) In una porzione di spazio cilindrica indefinita di raggio 2R è presente della carica positiva disposta con densità variabile ρ=Kr^2, dove r rappresenta la distanza dall'asse del cilindro. Determinare:
a) la quantità di carica totale Q contenuta in una porzione di cilindro di altezza 2H;
b) la quantità totale di energia immagazzinata nello stesso volume.

Soluzione: a) $Q = 16KH\pi R^4$ b) $U_{tot} = 4\frac{\pi K^2 HR^8}{\varepsilon_0}$

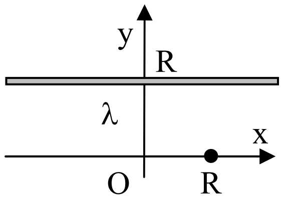
10) Dato il sistema di due cariche $\mathbf{Q_1 = Q_2 = 6\times 10^{-6}\ C}$ descritto in figura, calcolare il valore del campo elettrico ed il potenziale elettrico nei punti A ed B. La distanza fra le due cariche vale $\mathbf{L = 0{,}7\ m}$. $\mathbf{\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\ C^2/N/m^2}$



11) Dato il sistema di due cariche $\mathbf{Q = Q_2 = 9\times 10^{-6}\ C}$, descritto in figura, calcolare il valore nel campo elettrico ed il potenziale elettrico nei punti A ed B. La distanza fra le due cariche vale $\mathbf{L = 0{,}2\ m}$. $\mathbf{\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\ C^2/N/m^2}$



12) Sia data una distribuzione infinita lineare ed uniforme di carica positiva di densità λ, posta parallelamente all'asse x ad una distanza R. Sull'asse x ad una distanza R da O è inoltre posta una carica puntiforme positiva Q. Determinare:

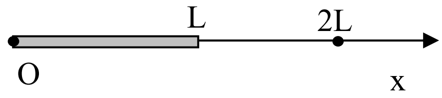


a) l'espressione del campo $\vec{E}$ nell'origine O del sistema di assi

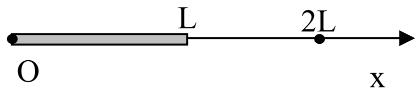
b) la densità di energia nello stesso punto.

Soluzione: a) $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R^2} + \frac{\lambda\pi}{R}\right)$ b) $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E$

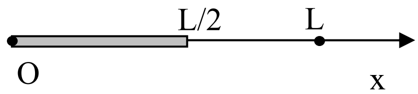
13) Sia data una sbarretta di lunghezza L e dimensioni trasversali trascurabili, disposta lungo il semiasse delle x positive di un sistema di riferimento avente l'origine coincidente con uno degli estremi. Sulla sbarretta è depositata una carica Q con densità lineare $\lambda = kx$. Determinare, in funzione di Q ed L, l'espressione del potenziale generato dalla barretta nel punto $(x,y,z) = (2L,0,0)$.



14) Sia data una sbarretta di lunghezza L e dimensioni trasversali trascurabili, disposta lungo il semiasse delle x positive di un sistema di riferimento avente l'origine coincidente con uno degli estremi. Sulla sbarretta è depositata una carica Q con densità lineare $\lambda = kx^3$. Determinare, in funzione di Q ed L, l'espressione del potenziale generato dalla barretta nel punto $(x,y,z) = (2L,0,0)$.



15) Sia data una sbarretta di lunghezza $L/2$ e dimensioni trasversali trascurabili, disposta lungo il semiasse delle x positive di un sistema di riferimento avente l'origine coincidente con uno degli estremi. Sulla sbarretta è depositata una carica Q con densità lineare $\lambda = kx^2$. Determinare, in funzione di Q ed L, l'espressione del potenziale generato dalla barretta nel punto $(x,y,z) = (L,0,0)$.



Campo elettrico

1) In una certa regione di spazio sono presenti i due campi vettoriali $\vec{E}_1 = K_1 x\vec{i} + K_2 y^2 \vec{j} + K_1 z\vec{k}$ e $\vec{E}_2 = K_2 xy\vec{i} + K_2 x^2 \vec{j}$. Determinare:

a) il gradiente della grandezza $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$,

b) quale dei due campi può essere un campo elettrostatico.

Soluzione : a) $\vec{\nabla}(\vec{E_1} \cdot \vec{E_2}) = (2K_1K_2xy + 2K_1^2 yx)\hat{i} + (K_1K_2x^2 + 2K_2^2 x^2 y)\hat{j}$ b) Il campo $\vec{E}_1$

2) In una certa regione di spazio sono presenti i due campi vettoriali $\vec{E}_1 = K_2 xyz\vec{i} + K_2 xy^2 \vec{j}$ e $\vec{E}_2 = K_2 x^2\vec{i} + K_1 z\vec{j} + K_1 y\vec{k}$. Determinare:

a) il gradiente della grandezza $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$,

b) quale dei due campi può essere un campo elettrostatico.

3) In una certa regione di spazio sono presenti i due campi vettoriali $\vec{E}_1 = K_1 x^2\vec{i} + K_2 z\vec{j} + K_2 y\vec{k}$ e $\vec{E}_2 = K_1 yz\vec{i} + K_3 x^2 yz\vec{k}$. Determinare:

a) il gradiente della grandezza $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$,

b) quale dei due campi può essere un campo elettrostatico.

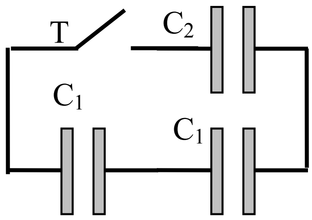
4) In una certa regione di spazio sono presenti i due campi elettrici $\vec{E}_1 = K_1 x\vec{i} + K_2 y^2 \vec{j} + K_2 xy\vec{k}$ e $\vec{E}_2 = K_3 2xyz\vec{i} + K_2 xz\vec{j}$. Determinare le dimensioni di K_1, K_2 e K_3 ed il gradiente della grandezza $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$.

5) In una certa regione di spazio sono presenti i due campi elettrici $\vec{E}_1 = K_1 y\vec{i} + K_2 z^2 \vec{j} + K_2 xz\vec{k}$ e $\vec{E}_2 = K_3 2xy^2\vec{i} + K_2 xy\vec{k}$. Determinare le dimensioni di K_1, K_2 e K_3 ed il gradiente della grandezza $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$.

6) In una certa regione di spazio sono presenti i due campi elettrici $\vec{E}_1 = K_1 x^2 y\vec{i} + 2K_2 \vec{j} + K_3 z\vec{k}$ e $\vec{E}_2 = 2K_1 z^3\vec{i} + K_3 y\vec{j}$. Determinare le dimensioni di K ed il gradiente della grandezza $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$.

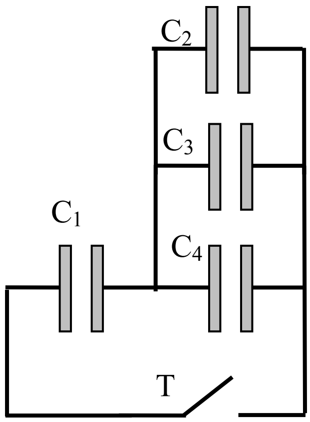
Sistemi di condensatori e circuiti

1) Siano dati 3 condensatori uno di capacità $C_2 = 3\ \mu F$, gli altri due di capacità $C_1 = 1\ \mu F$ disposti come in figura. Sulle armature del condensatore C_2 è inizialmente presente una carica $Q_1 = 3 \cdot 10^{-4}$ C, mentre gli altri due condensatori sono scarichi e l'interruttore T è aperto. Una volta chiuso l'interruttore T il sistema dopo un certo tempo raggiunge una nuova situazione di equilibrio. Determinare:



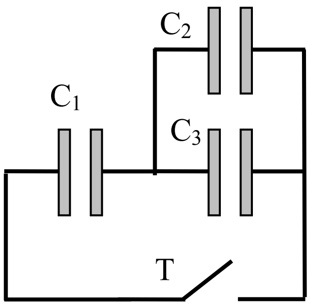
a) l'energia immagazzinata inizialmente nel sistema;
b) l'energia immagazzinata nel sistema dopo la chiusura di T;
c) dimostrare che la situazione finale corrisponde ad un minimo di energia elettrostatica.

2) Siano dati 4 condensatori uno di capacità $C_1 = 2\ \mu F$, gli altri due di capacità $C_2 = C_3 = C_4 = 1\ \mu F$ disposti come in figura. Sulle armature del condensatore C_1 è inizialmente presente una carica $Q_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ C, mentre gli altri due condensatori sono scarichi e l'interruttore T è aperto. Una volta chiuso l'interruttore T il sistema dopo un certo tempo raggiunge una nuova situazione di equilibrio. Determinare:



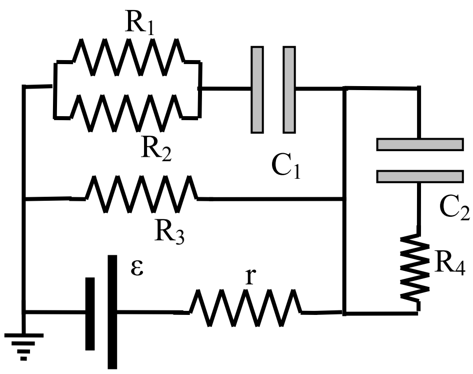
a) l'energia immagazzinata inizialmente nel sistema;
b) l'energia immagazzinata nel sistema dopo la chiusura di T;
c) dimostrare che la situazione finale corrisponde ad un minimo di energia elettrostatica.

3) Siano dati 3 condensatori uno di capacità $C_1 = 4\ \mu F$, gli altri due di capacità $C_2 = C_3 = 1\ \mu F$ disposti come in figura. Sulle armature del condensatore C_1 è inizialmente presente una carica $Q_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ C, mentre gli altri due condensatori sono scarichi e l'interruttore T è aperto. Una volta chiuso l'interruttore T il sistema dopo un certo tempo raggiunge una nuova situazione di equilibrio. Determinare:



a) l'energia immagazzinata inizialmente nel sistema;
b) l'energia immagazzinata nel sistema dopo la chiusura di T;
c) dimostrare che la situazione finale corrisponde ad un minimo di energia elettrostatica.

4) Si consideri il circuito mostrato in figura composto da due condensatori di capacità C_1=1μF e C_2=2 μF , da quattro resistenze R_1= R_4= 10 Ω, R_2= R_3= 20Ω e da un generatore di resistenza interna r=10Ω che fornisce una forza elettromotrice ε=100V. Determinare in regime stazionario:



a) la corrente elettrica che circola nelle 4 resistenze;
b) il valore del potenziale ai due capi di C_1;
c) l'energia totale immagazzinata nel sistema.
d) la potenza dissipata nel sistema.

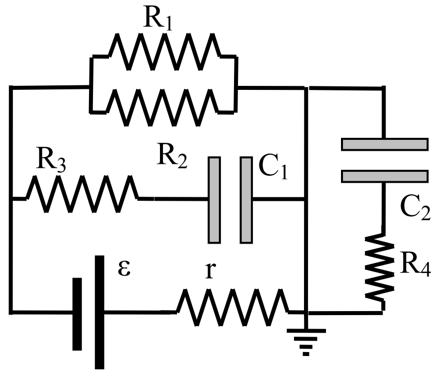
5) Si consideri il circuito mostrato in figura composto da due condensatori di capacità C_1=2μF e C_2=1 μF , da quattro resistenze uguali R_1= R_4= 10Ω, R_2= R_3= 40Ω e da un generatore di resistenza interna r=5Ω che fornisce una forza elettromotrice ε=100V. Determinare in regime stazionario:

a) la corrente elettrica che circola nelle 4 resistenze;

b) il valore del potenziale ai due capi di C_1;

c) l'energia totale immagazzinata nel sistema;

d) la potenza dissipata nel sistema.



6) Si consideri il circuito mostrato in figura composto da due condensatori di capacità C_1=2μF e C_2=1μF , da quattro resistenze R_1= 20Ω, R_2=40Ω, R_3=20Ω, R_4= 10Ω e da un generatore di resistenza interna r=10Ω che fornisce una forza elettromotrice ε=100V. Determinare in regime stazionario:

a) la corrente elettrica che circola nelle 4 resistenze;

b) il valore del potenziale ai due capi di C_1;

c) l'energia totale immagazzinata nel sistema.

d) la potenza dissipata nel sistema.