

Numero progressivo: 68

$\xi = 277$

Turno: 1 Fila: 2 Posto: 1

Matricola: 0000767211

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

2. Un punto materiale si muove su di un piano. A partire da un certo istante  $t = 0$ , le norme della velocità e dell'accelerazione diminuiscono con il tempo secondo le leggi:  $v(t) = \frac{L}{t+T}$  e  $a(t) = \frac{kL}{(t+T)^2}$ , dove  $L = \xi$  m,  $T = 2$  s e  $k = 1 + \frac{1000}{\xi}$  (numero puro). Trovare: (a) lo spostamento del punto materiale, misurato lungo la traiettoria, dopo  $\xi$  s; (b) il raggio di curvatura della traiettoria, dopo  $\xi$  s.

Spostamento lungo la traiettoria [m]:

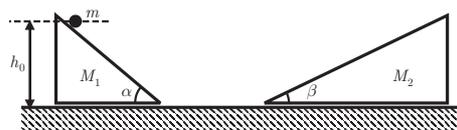
Raggio di curvatura [m]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 100$  g è appoggiato su di un cuneo liscio, di massa  $M_1 = \frac{1}{100} \xi m$  e angolo  $\alpha = 10^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza  $h_0 = 50$  cm rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa  $M_2 = 4m$  e angolo  $\beta = 20^\circ$ , anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo.

Velocità di traslazione del cuneo [cm/s]:

Altezza raggiunta dal punto sul secondo cuneo [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 104

$\xi = 384$

Turno: 1 Fila: 2 Posto: 3

Matricola: 0000802367

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  dal punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Un punto materiale  $A$  si muove di moto rettilineo uniforme, con velocità di modulo  $v \equiv v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s, lungo la retta  $y \equiv d$ , con  $d = 50$  m. Un secondo punto materiale  $B$  parte dall'origine, nello stesso istante in cui il punto materiale  $A$  attraversa l'asse  $y$ , lungo una retta che forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $y$  (vedi figura), con velocità nulla e accelerazione costante, di modulo  $a \equiv a_0 = 0.40$  m/s<sup>2</sup>. Per quale angolo  $\theta$  i due punti materiali collidono?

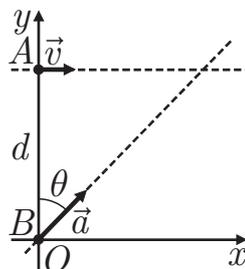
Angolo  $\theta$  [°]:

3. Un cubetto, di massa  $m = 1$  g, è posto all'interno di un imbuto che ruota attorno al proprio asse, disposto verticalmente (vedi figura), con frequenza pari a  $\nu$  s<sup>-1</sup> (cioè  $\nu$  giri/s). Le pareti dell'imbuto sono inclinate di un angolo  $\theta = 60^\circ$  rispetto alla verticale, il coefficiente di attrito statico tra cubetto e imbuto è pari a  $f = \frac{1}{1000} \xi$  e il centro del cubetto si trova a una distanza  $r = 5$  cm dall'asse dell'imbuto. Quali sono i valori minimo e massimo della frequenza di rotazione  $\nu$  per i quali il cubetto non si muove rispetto all'imbuto?

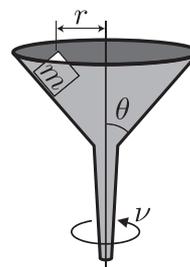
Frequenza minima [s<sup>-1</sup>]:

Frequenza massima [s<sup>-1</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 72  
 Matricola: 0000806460

$\xi = 598$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 1 Fila: 2 Posto: 6

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

2. Una sfera avente massa  $m = 0.7$  kg cade da un'altezza  $h = (3 + \xi)$  m. Alla distanza di  $d = 3$  m dal suolo viene frenata da una forza costante  $F_f$  fino a raggiungere il suolo con velocità nulla. Trascurando la resistenza dell'aria: (a) Calcolare l'intensità  $F_f$  della forza frenante; (b) calcolare l'intensità  $a^{(2)}$  dell'accelerazione durante la frenata.

Forza frenante  $F_f$  [N]:

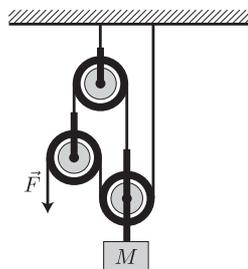
Accelerazione durante la frenata  $a^{(2)}$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto.

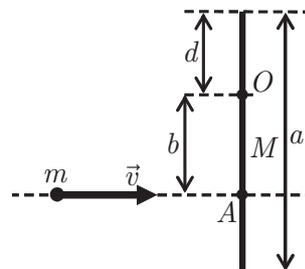
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 31

$\xi = 705$

Turno: 1 Fila: 2 Posto: 9

Matricola: 0000794184

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità  $v_0 = 100$  m/s, a un angolo  $\theta = \frac{9}{100}\xi^\circ$  rispetto alla verticale. Calcolare il raggio di curvatura del punto materiale subito dopo il lancio.

Raggio di curvatura [m]:

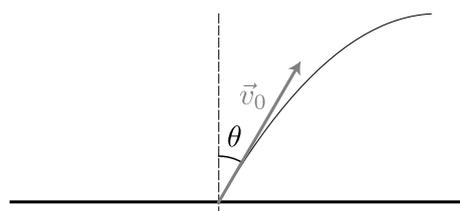
2. Un proiettile viene sparato con velocità  $\vec{v}_0$  di modulo  $\|\vec{v}_0\| = 2(1 + 10^{-2}\xi)$  m/s in direzione orizzontale a un'altezza  $h$  dal suolo. Determinare quale debba essere il rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  affinché il proiettile raggiunga il suolo con il vettore velocità inclinato di un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla verticale.

Rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  [ $s^{-1}$ ]:

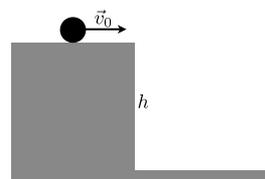
3. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(yz - y^2)\hat{i} + c(xz - 2xy)\hat{j} + cxy\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m<sup>2</sup>. Determinare la variazione dell'energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (2\xi, 1, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2, \frac{1}{2}\xi)$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 102

$\xi = 812$

Turno: 1 Fila: 2 Posto: 12

Matricola: 0000768096

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela *privacy*)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un grave si trova a un certo istante alla quota  $h = 210$  m rispetto alla superficie terrestre, con velocità di modulo  $v_0 = 50$  m/s e direzione che forma un angolo  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$  rispetto alla verticale discendente (vedi figura). Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria in tale istante.

Raggio di curvatura [m]:

2. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

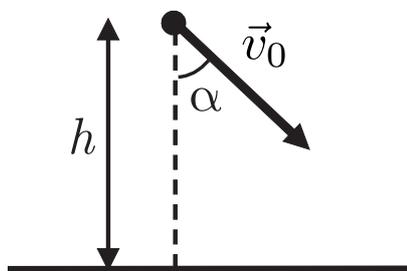
Angolo di minima inclinazione [°]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare del disco subito dopo l'urto.

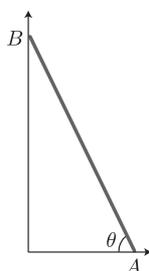
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare del disco subito dopo l'urto [rad/s]:

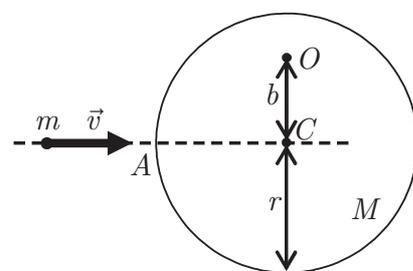
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 82  
 Matricola: 0000793974

$\xi = 919$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 1 Fila: 2 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Calcolare la velocità di fuga da un pianeta di massa  $M = 10^{24}$  kg e raggio  $R = (\xi^2 \times 10^4)$  m.

Velocità di fuga [m/s]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

$\|\vec{c}\|$ :

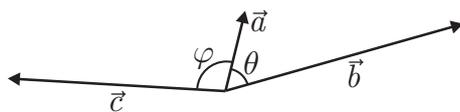
$\varphi$  [rad]:

3. Una palla da biliardo cava, di raggio  $r = 3$  cm, massa  $m = 300$  g e momento di inerzia rispetto a un asse passante per il centro pari a  $(0.4 + 0.0002 \times \xi) mr^2$ , è colpita centralmente con una stecca (asse della stecca passante per il centro della palla), acquistando in questo modo una velocità iniziale  $v_0 = \frac{\xi}{10}$  cm/s (moto di pura traslazione). Il coefficiente di attrito radente dinamico del biliardo è  $\mu = 0.1$ , mentre l'attrito volvente è trascurabile. Calcolare (a) la velocità e (b) lo spostamento della palla nell'istante in cui essa smette di strisciare sul tavolo (cioè nell'istante in cui il moto diventa un moto di rotolamento puro).

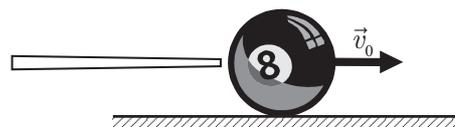
Velocità [cm/s]:

Spostamento [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 134

$\xi = 56$

Turno: 1 Fila: 4 Posto: 1

Matricola: 0000691543

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare  $R$  del soffitto [N]:

2. Un disco omogeneo è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

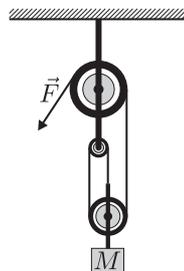
Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3$  m, con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000} \xi$  rad con la direzione radiale centripeta  $\hat{n}$  e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10$  m/s. Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

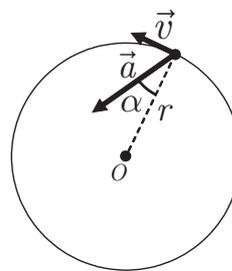
$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 35

$\xi = 163$

Turno: 1 Fila: 4 Posto: 3

Matricola: 0000817580

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega = 10$  s<sup>-1</sup> attorno a un asse normale a essa, passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale può scorrere una massa puntiforme  $m = 1$  kg, a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k = 100(2 + 10^{-2}\xi)$  N/m e lunghezza a riposo  $L = 1$  m. L'altro estremo della molla è fissato all'asse di rotazione della piattaforma. Determinare la deformazione  $\Delta L$  della molla se la massa puntiforme ha velocità radiale nulla (si consideri la deformazione  $\Delta L$  positiva se la molla è allungata rispetto alla lunghezza a riposo, negativa se la molla è accorciata).

Deformazione della molla  $\Delta L$  [m]:

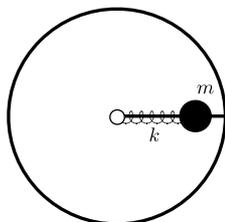
3. Una massa  $M = \frac{1}{500} \xi$  kg è sorretta dal sistema di carrucole illustrato nella figura. A equilibrare tale massa contribuiscono una molla di costante elastica  $k = \frac{1}{1000} \xi^2$  N/m e una massa  $m = 3 \times 10^{-6} \xi^2$  kg appoggiata su di un piano inclinato di un angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  rad rispetto al piano orizzontale con attrito trascurabile. Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico: (a) l'intensità  $T$  della reazione vincolare  $\vec{T}$  del soffitto; (b) la deformazione  $\delta l$  della molla (utilizzando il segno positivo per l'allungamento e il segno negativo per la contrazione); (c) l'intensità  $R$  della reazione vincolare  $\vec{R}$  esercitata dal piano inclinato sulla carrucola fissa.

Intensità  $T$  della reazione vincolare del soffitto [N]:

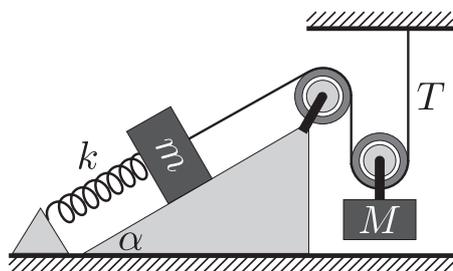
Deformazione  $\delta l$  della molla [m]:

Intensità  $R$  della reazione vincolare del piano inclinato [N]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

---

Numero progressivo: 32

$\xi = 270$

Turno: 1 Fila: 4 Posto: 6

Matricola: 0000731546

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate  $(3, \xi, \frac{1}{3})$ .

---

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

---

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

---

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

---

2. Un uomo di massa  $m_1$  si trova inizialmente in quiete al centro di un carrello ferroviario rettangolare, il quale può scorrere senza attrito lungo un binario. Il carrello ha massa  $m_2 = 5m_1$ , lunghezza  $L = 2(3 + 10^{-2}\xi)$  m (nella direzione parallela al binario), e si trova anch'esso inizialmente in quiete. A un certo istante l'uomo si sposta sul carrello in direzione parallela al binario, fino a raggiungere un'estremità del carrello. Trovare lo spostamento  $\Delta s$  del carrello, considerando l'uomo come puntiforme.

---

Spostamento carrello  $\Delta s$  [m]:

---

3. Una corona circolare omogenea, di densità superficiale  $\sigma = 1 \text{ kg/m}^2$ , con raggio interno  $r_1 = \frac{1}{3}\xi$  cm e raggio esterno  $r_2 = \xi$  cm, ruota attorno al proprio asse di simmetria  $u$ . Sapendo che il sistema è isolato e che compie un giro ogni 3 minuti, determinare la norma  $K$  del momento angolare  $\vec{K}$ .

---

Momento angolare [kg m<sup>2</sup>/s]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]

Numero progressivo: 153

$\xi = 377$

Turno: 1 Fila: 4 Posto: 9

Matricola: 0000793990

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\quad}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2y\hat{i} + xy\hat{j} - xyz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

2. Si vuole mettere un satellite artificiale, di massa  $m_{\text{sat}} = 120$  kg, in orbita circolare attorno alla Terra, a una quota  $d = (40000 + 100\xi)$  km sul livello del mare. Che velocità deve avere il satellite una volta raggiunta l'orbita? (Si prenda la massa della Terra pari a  $M_t = 6 \cdot 10^{24}$  kg e il raggio terrestre pari a  $R_t = 6350$  km).

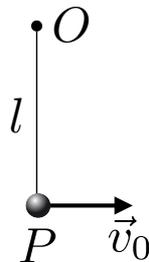
Velocità [m/s]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, saldato a un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolata in un punto fisso  $O$ . Quando l'asticella è disposta in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5}\xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 50

$\xi = 591$

Turno: 1 Fila: 4 Posto: 12

Matricola: 0000792811

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un'asta omogenea, di peso  $p = \frac{\xi}{10}$  N (vedi figura), è appoggiata su due supporti  $A$  e  $B$ , distanti, dal baricentro  $G$  dell'asta, rispettivamente  $a = 1.1$  m e  $b = \frac{\xi}{1000}$  m. Calcolare la forza d'appoggio dell'asta sul supporto  $A$ .

Forza d'appoggio sul supporto  $A$  [N]:

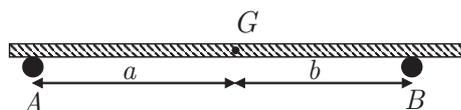
2. Il disco sottile mostrato nella figura ha raggio  $R = \xi$  m e densità superficiale di massa  $\sigma(r) = \sigma_0 + cr$ , dove  $c = 5$  kg/m<sup>3</sup> e  $\sigma_0 = 4$  kg/m<sup>2</sup>. Determinare il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse perpendicolare al disco e passante per il centro del disco stesso.

momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

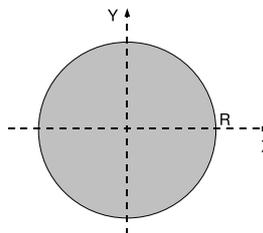
3. La posizione iniziale di un pendolo — costituito da un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $l$  cui è sospeso un punto materiale di massa  $m$  — forma un angolo  $\alpha$  con la verticale. Determinare l'angolo  $\alpha$  in modo che la tensione del filo nel punto più basso della traiettoria sia, in modulo, pari a  $\|\vec{R}\| = (2 + 10^{-3}\xi) mg$ .

Angolo  $\alpha$  [°]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 51  
 Matricola: 0000789502

$\xi = 698$   
 Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

Turno: 1 Fila: 4 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = \frac{2}{3}x^2y^2\hat{i} + xyz\hat{j} - x^3\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

2. Il vettore posizionale di un punto materiale mobile  $P(t)$  è dato, in funzione del tempo, dall'espressione vettoriale:  $P(t) - O = \vec{r}(t) = \alpha \frac{t^3}{3} \hat{i} + \beta \frac{t^2}{\sqrt{2}} \hat{j} + \gamma(t - t_1) \hat{k}$ , dove  $\alpha = 1 \text{ m/s}^3$ ,  $\beta = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 1 \text{ m/s}$  e  $t_1 = \frac{2}{100} \xi \text{ s}$ . Determinare la distanza  $\Delta s$  percorsa dal punto materiale lungo la traiettoria nell'intervallo di tempo  $[0, t_1]$ .

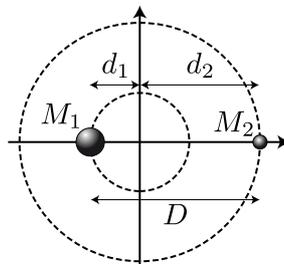
Distanza  $\Delta s$  lungo la traiettoria [m]:

3. Un sistema binario è costituito da due stelle che si muovono su orbite circolari, a distanza rispettivamente  $d_1 = 8 \cdot 10^4 \text{ km}$  e  $d_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ km}$  dal centro di rivoluzione del sistema, con un periodo  $T = \xi$  giorni. Determinare le masse delle due stelle.

Massa della stella più massiva  $M_1$  [kg]:

Massa della stella meno massiva  $M_2$  [kg]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 62

$\xi = 805$

Turno: 1 Fila: 6 Posto: 1

Matricola: 0000692303

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale liscia (in assenza di attrito). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

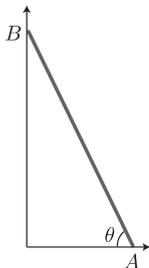
$\|\vec{c}\|$ :

$\varphi$  [rad]:

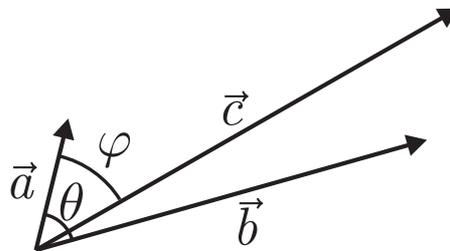
3. Un punto materiale di massa  $m$  è sospeso a un'asta verticale, mediante un filo inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza  $l = \frac{100+\xi}{200}$  m. Si calcoli con quale velocità  $v = \|\vec{v}\|$  il punto può ruotare attorno all'asta, su di una traiettoria circolare di raggio  $R = \frac{1}{2} l$ , parallela a terra.

Velocità  $\|\vec{v}\|$  del punto materiale [m/s]:

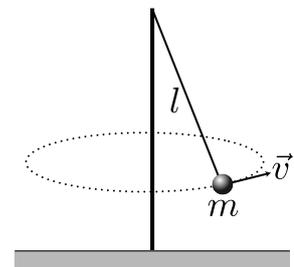
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

---

Numero progressivo: 97

$\xi = 912$

Turno: 1 Fila: 6 Posto: 3

Matricola: 0000677143

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. Dato un punto materiale che si muove con velocità  $\vec{v}(t) = A\hat{i} + Bt^2\hat{j}$ , dove  $A = \frac{1}{10} \xi$  m/s e  $B = 0.2$  m/s<sup>3</sup>, trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 1$  s.

---

Raggio di curvatura [m]:

---

2. Una sfera omogenea è fatta rotolare lungo un piano inclinato in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

---

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

---

3. Un punto materiale di massa  $m = 4$  kg è vincolato a muoversi lungo una guida rettilinea orizzontale fissa. Al tempo  $t = 0$  s il punto materiale ha velocità  $v(0) = v_0 = \frac{1}{10} \xi$  m/s. Il punto materiale è soggetto a una forza avente la stessa direzione della velocità, verso opposto e modulo proporzionale alla radice quadrata del modulo della velocità, essendo  $k = \xi$  m<sup>1/2</sup> kg s<sup>-3/2</sup> la costante di proporzionalità. Trovare il tempo necessario affinché il punto si arresti e la distanza percorsa dal punto [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ ].

---

Tempo di arresto [s]:

---

Distanza percorsa [m]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]

Numero progressivo: 126

$\xi = 49$

Turno: 1 Fila: 6 Posto: 6

Matricola: 0000759375

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto (N.B.: la carrucola più a sinistra nella figura è fissata a una parete, non appesa al soffitto).

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = cy^2z\hat{i} + 2cxyz\hat{j} + cxy^2\hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^3$ . Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (1, 1, \xi)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2\xi, \frac{1}{3})$ .

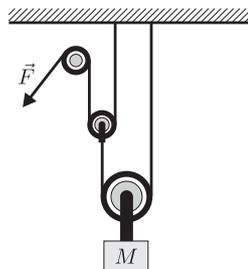
Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un filo sottile e inestensibile, di massa trascurabile, è avvolto attorno a un rullo cilindrico pieno, di massa  $m = 100 \text{ g}$  e raggio  $r = 2 \text{ cm}$ . Il filo passa nella gola di una carrucola di massa trascurabile e priva di attrito e sostiene un blocco di massa  $M = 50 \text{ g}$ . Il cilindro rotola senza strisciare su di un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$ . Determinare: (a) l'accelerazione del cilindro; (b) la tensione del filo.

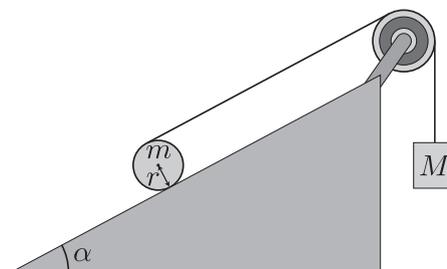
Accelerazione del cilindro [ $\text{m/s}^2$ ]:

Tensione del filo [N]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 76

$\xi = 156$

Turno: 1 Fila: 6 Posto: 9

Matricola: 0000792860

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dati i vettori  $\vec{v}_1 = (\hat{j} + 2\hat{k})$  m,  $\vec{v}_2 = (-\hat{j} + 3\hat{k})$  m e  $\vec{v}_3 = (\xi\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k})$  m, dove  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  sono i 3 versori ortonormali diretti rispettivamente come gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di una terna cartesiana di riferimento, determinare il volume del parallelepipedo di cui i 3 vettori formano gli spigoli che spiccano dall'origine  $O$  del sistema di coordinate.

Volume [m<sup>3</sup>]:

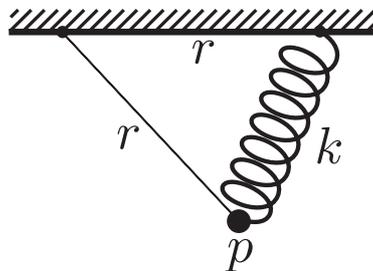
2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{10} \xi$  N è fissato al soffitto tramite un cavo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $r = 1$  m e tramite una molla di lunghezza a riposo trascurabile ( $l_0 = 0$  m) e costante elastica  $k = 40$  N/m (vedi figura). Cavo e molla sono entrambi fissati in un'estremità al soffitto (a distanza  $r$  l'uno dall'altro) e nell'altra al punto materiale. Calcolare, all'equilibrio, la distanza  $d$  del punto dal soffitto.

Distanza  $d$  del punto dal soffitto [m]:

3. In una predefinita terna cartesiana ortogonale, di versori  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , un punto materiale si muove con velocità  $\vec{v}(t) = 3c_1 t^3 \hat{i} + 5c_2 t \hat{j}$ , dove  $c_1 = \xi$  m/s<sup>4</sup> e  $c_2 = 0.2$  m/s<sup>2</sup>. Trovare il raggio di curvatura della traiettoria nella posizione in cui si trova il punto materiale al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 141

$\xi = 263$

Turno: 1 Fila: 6 Posto: 12

Matricola: 0000817116

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = xy\hat{i} - yz\hat{j} + 3x^2y\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

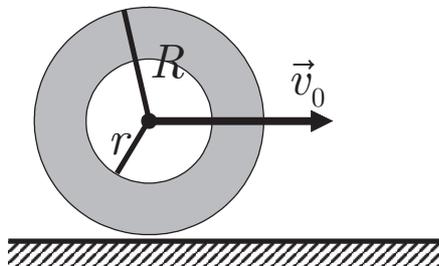
2. Una ruota di massa  $M = 10$  kg (vedi figura), il cui momento di inerzia, rispetto al proprio asse vale  $I_o = \frac{M}{2}(r^2 + R^2)$  con  $R = 50$  cm e  $r = \frac{1}{2000}\xi R$ , viene lanciata su di un piano orizzontale, in presenza di attrito dinamico. All'istante del lancio la velocità del centro di massa della ruota ha modulo  $v_0 = 10$  m/s e la ruota ha soltanto moto traslatorio. Se  $t_r$  è l'istante in cui il moto diventa di puro rotolamento, determinare il rapporto  $\rho = \frac{v_G(t_r)}{v_0}$  fra il modulo della velocità del centro di massa della ruota in tale istante e il modulo della velocità iniziale del centro di massa.

Rapporto  $\rho$  [adimensionale]:

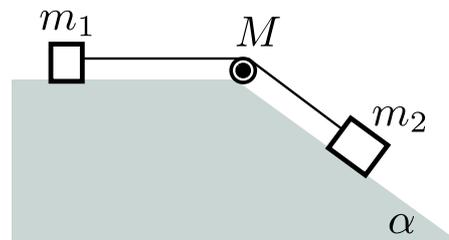
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, con  $\alpha = 30^\circ$ . Sul piano orizzontale è appoggiata una massa  $m_1 = m(1 + 10^{-2}\xi)$  mentre su quello inclinato vi è una massa  $m_2 = m$ . Le due masse sono unite da un cavo inestensibile e di massa trascurabile, avvolto a una carrucola fissa, di forma cilindrica, omogenea e di massa  $M = m$ , libera di ruotare attorno al proprio asse. Trascurando tutti gli attriti, determinare il modulo dell'accelerazione del sistema  $a_t$ .

Accelerazione  $a_t$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$   $\text{m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$   $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 20

$\xi = 370$

Turno: 1 Fila: 6 Posto: 14

Matricola: 0000483377

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema meccanico rappresentato nella figura (*verricello semplice*) costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  dotato di due scanalature, poste a distanza  $r_1$  e  $r_2 = r_1(2 + 10^{-2}\xi)$  dall'asse del disco (con  $r_1 < r_2$ ), all'interno delle quali può essere avvolto un filo. Nell'ipotesi in cui una massa  $m$  sia sospesa a un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura esterna e il dispositivo sia sospeso a sua volta mediante un filo inestensibile di massa trascurabile avvolto nella scanalatura interna, determinare il rapporto delle masse  $\rho = \frac{M}{m}$  affinché il disco sia in equilibrio.

Rapporto  $\rho = \frac{M}{m}$  [adimensionale]:

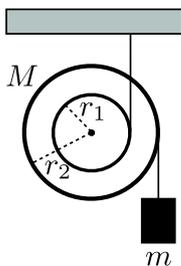
2. Due blocchi sono collegati tra loro da una funicella inestensibile di massa trascurabile, libera di scorrere senza attrito nella scanalatura sottile di una carrucola cilindrica omogenea. Nell'ipotesi che i blocchi abbiano massa  $m_1 = m$  e  $m_2 = \rho m$  e che la carrucola abbia massa  $M = 2m(1 + 10^{-2}\xi)$ , determinare il valore di  $\rho$  affinché il blocco di massa  $m_2$  cada con un'accelerazione pari a  $\frac{1}{6}g$ .

Rapporto  $\rho = \frac{m_2}{m_1}$  [adimensionale]:

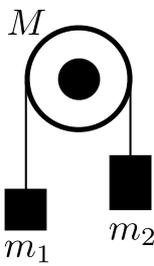
3. Una sbarra omogenea, di massa  $m = 100$  g e spessore trascurabile è appoggiata orizzontalmente su due rulli uguali, di raggio  $r = 2$  cm, con gli assi paralleli e orizzontali, situati a distanza  $d = (5 + \frac{1}{100}\xi)$  cm l'uno dall'altro. I rulli ruotano con velocità angolare costante  $\Omega = 20\pi$  rad/s con verso opposto, nel senso indicato in figura. Detto  $\mu = 0.3$  il coefficiente di attrito dinamico tra sbarra e rulli, determinare il periodo  $T$  del moto della sbarra.

Periodo  $T$  del moto [s]:

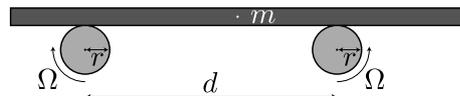
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 132

$\xi = 584$

Turno: 1 Fila: 8 Posto: 1

Matricola: 0000793500

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2 + xyz$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, 2, 3)$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

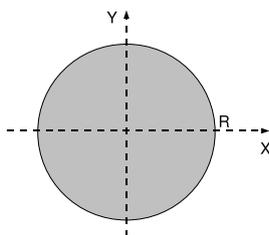
2. Dato il disco sottile e omogeneo di raggio  $R = \xi$  m e massa  $m = 200$  g, mostrato nella figura, calcolarne il momento d'inerzia rispetto a un suo diametro.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l = 100$  cm reca agli estremi due masse puntiformi:  $m_1 = 10^{-3}\xi m$  ed  $m_2 = (1 - 10^{-3}\xi) m$ . L'asta è posta in rotazione con una certa velocità angolare attorno a un asse, a essa ortogonale, passante per il punto dell'asta che si trova a distanza  $x$  dalla massa  $m_1$ . Sapendo che il sistema è soggetto a una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di  $x$  affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

Distanza  $x$  [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 128

$\xi = 691$

Turno: 1 Fila: 8 Posto: 3

Matricola: 0000789950

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^3$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>3</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $l = \frac{1}{30} \xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 y^2$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse delle ordinate.

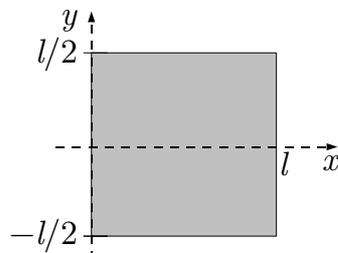
Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, appeso a un filo, inestensibile ma flessibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolato in un punto fisso  $O$ . Quando il filo è disposto in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

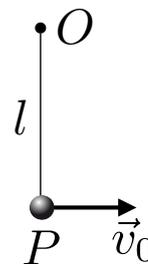
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 21

$\xi = 798$

Turno: 1 Fila: 8 Posto: 6

Matricola: 0000802375

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una sbarra rigida di peso trascurabile e lunghezza pari a  $l = 30$  cm è sospesa al soffitto tramite due cavi inestensibili (vedi figura), entrambi di lunghezza  $h = 20$  cm e peso trascurabile, applicati alla sbarra a distanze (misurate a partire dall'estremo sinistro) pari rispettivamente ad  $a_1 = 0$  e  $a_2 = \frac{2}{3}l$ . Alla sbarra sono inoltre appese tre massette di peso  $p_1 = \frac{1}{500}\xi$  N,  $p_2 = 5$  N e  $p_3 = 10^{-6}\xi^2$  N a distanze rispettivamente di  $b_1 = \frac{1}{3}l$ ,  $b_2 = \frac{2}{3}l$  e  $b_3 = l$  (misurate a partire dall'estremo sinistro della sbarra). Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico, le tensioni dei due cavi.

Tensione del cavo sinistro  $T_1$  [N]:

Tensione del cavo destro  $T_2$  [N]:

2. Un mattone di massa  $m = 1$  kg scivola senza attrito lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{8}{100}\xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

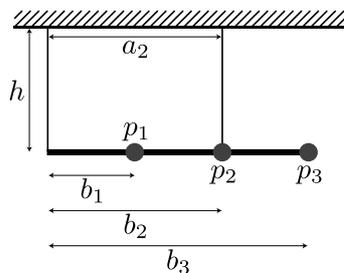
Accelerazione [m/s<sup>2</sup>]:

3. (a) Attorno a un pianeta, di massa  $M = 10^{24}$  kg, è posto, in un'orbita circolare di raggio  $r_1$ , un satellite di massa  $m = 100$  kg. Sapendo che il satellite ha un periodo di rivoluzione attorno al pianeta pari a  $T_1 = \xi$  h, determinare l'energia totale del satellite (considerando nulla l'energia potenziale a distanza infinita dal pianeta). (b) A un certo punto si azionano i motori e il satellite passa su di un'altra orbita circolare con distanza dal centro del pianeta pari a  $r_2 = \frac{2}{3}r_1$ . Quanto vale il nuovo periodo di rivoluzione  $T_2$ ?

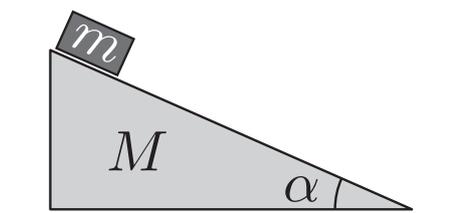
Energia totale [J]:

Nuovo periodo [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 79

$\xi = 905$

Turno: 1 Fila: 8 Posto: 9

Matricola: 0000792612

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = 3x\hat{i} + xyz\hat{j} + x\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

2. La lastra rettangolare mostrata nella figura ha base  $l = \frac{1}{20}\xi$  m e altezza  $h = 10$  m. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1xy$ , dove  $c_0 = 3$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 8$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ordinate.

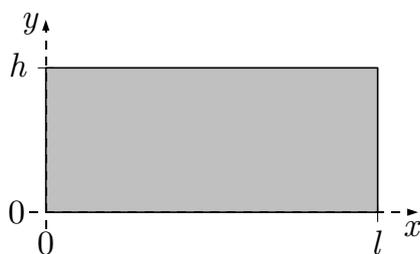
Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Una sfera rigida, omogenea, di centro  $A$ , raggio  $R = 4$  cm e massa  $M = 250$  g, inizialmente in quiete, è urtata da un'altra sfera rigida, omogenea, di centro  $B$ , raggio  $r = 3$  cm e massa  $m = 100$  g, che un attimo prima dell'urto trasla con una velocità nota  $\vec{w}$  di modulo pari a  $w = 100$  cm/s. L'urto è perfettamente elastico e non c'è attrito tra le superfici delle due sfere. Se la distanza di  $A$  dalla retta passante per  $B$  e parallela a  $\vec{w}$  subito prima dell'urto è pari a  $d = \frac{7\xi}{1000}$  cm (vedi figura), determinare gli angoli  $\alpha$  ( $\in [0, 90^\circ[$ ) e  $\beta$  ( $\in [0, 180^\circ]$ ) che le velocità delle due sfere formano con quella iniziale  $\vec{w}$  della sfera  $B$ .

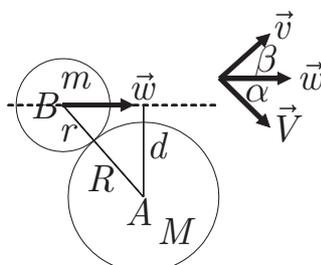
Angolo  $\alpha$  (sfera  $A$ ) [°]:

Angolo  $\beta$  (sfera  $B$ ) [°]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 86  
 Matricola: 0000801274

$\xi = 42$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 1 Fila: 8 Posto: 11

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a muoversi su di una guida rettilinea. Al tempo  $t = 0$  il punto materiale si trova in quiete. Se il punto accelera con accelerazione  $a(t) = kt^2$ , dove  $k = \frac{1}{1000} \xi \text{ m/s}^4$ , trovare la velocità raggiunta e lo spazio percorso al tempo  $t = \frac{1}{50} \xi \text{ s}$ .

Velocità raggiunta [m/s]:

Spazio percorso [m]:

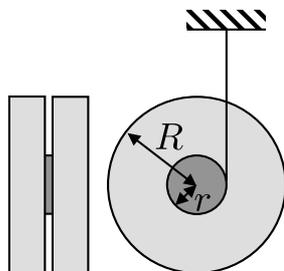
2. Uno yo-yo è costituito da un cilindro omogeneo scanalato, di raggio  $R = 7 \text{ cm}$  e massa  $m = 100 \text{ g}$  (scanalatura di larghezza trascurabile), sulla cui gola, di raggio  $r = (2 + \frac{1}{200} \xi) \text{ cm}$ , è avvolto uno spago, fissato, all'altra estremità, al soffitto. Calcolare l'accelerazione dello yo-yo.

Accelerazione [ $\text{m/s}^2$ ]:

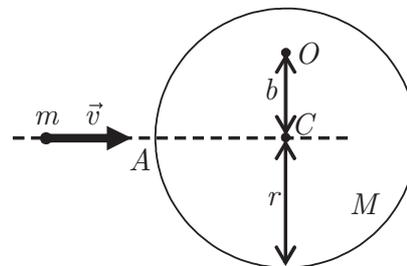
3. Un punto materiale, di massa  $m = 3 \text{ kg}$ , si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10 \text{ m/s}$ , avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto  $A$  (vedi figura) di un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1 \text{ kg}$  e raggio pari a  $r = 1 \text{ m}$ , incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare e la velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 125

$\xi = 149$

Turno: 1 Fila: 8 Posto: 14

Matricola: 0000788870

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2 \hat{i} + xy \hat{j} + xyz \hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

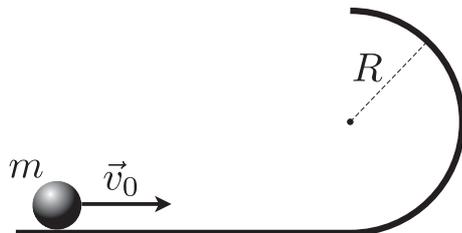
2. Un punto materiale di massa  $m$  viene lanciato lungo il profilo rigido e liscio di raggio  $R = (1 + 10^{-2}\xi)$  m mostrato in figura, con una velocità iniziale di modulo  $v_0 = \sqrt{(3 + 10^{-3}\xi)gR}$ . Determinare in quale punto del profilo la reazione vincolare è nulla (si determini la quota  $h$  di tale punto da terra).

Quota  $h$  [m]:

3. In astronomia, il termine *galassia* designa un sistema, legato dalla forza di gravità e costituito da stelle, gas interstellare, polveri e, probabilmente, da un tipo di materia ancora sconosciuto — denominato *materia oscura* — in grado di interagire soltanto gravitazionalmente e non osservabile direttamente tramite emissione elettromagnetica (mediante telescopi, radiotelescopi, ecc.). Si schematizzi la galassia nella figura con un nucleo sferico centrale (denominato *bulge*), omogeneo, di densità  $\rho = 10^{-25}$  g/cm<sup>3</sup> (densità della materia ordinaria) e raggio  $R = 1$  kpc, e un disco attorno a esso di massa trascurabile. Sapendo che è stata misurata la velocità di rotazione delle stelle (si ipotizzi un'orbita circolare) e che, a una distanza  $r = 10$  kpc dal centro, essa è risultata pari a  $v_s = (800 + 3\xi)$  m/s, si valuti il rapporto tra la massa totale  $M$  (materia oscura + materia ordinaria) e la massa della sola materia ordinaria  $M_g$  affinché la galassia sia un sistema stabile e non si disgreghi. [1 pc =  $3.08568025 \cdot 10^{16}$  m].

Rapporto  $M/M_g$  [numero puro]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 71

$\xi = 256$

Turno: 1 Fila: 10 Posto: 1

Matricola: 0000789613

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela *privacy*]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $L = \frac{1}{30}\xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1x$ , dove  $c_0 = 2 \text{ kg/m}^2$  e  $c_1 = 4 \text{ kg/m}^3$ . Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

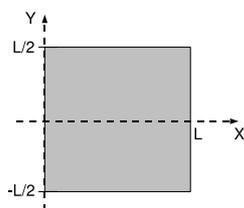
Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Una sferetta è lanciata orizzontalmente con velocità di modulo  $v_0 = \frac{1}{10}\xi$  m/s da una parete verticale all'altezza  $h = 5$  m (vedi figura). Una seconda parete si trova di fronte alla prima, parallela a essa, a una distanza  $d = 60$  cm. Nell'ipotesi che gli urti della sferetta contro le pareti siano perfettamente elastici e che la resistenza dell'aria sia trascurabile, determinare: (a) il numero  $N$  di urti contro le pareti; (b) la distanza dalla parete di lancio del punto di impatto (punto in cui la sferetta raggiunge il suolo).

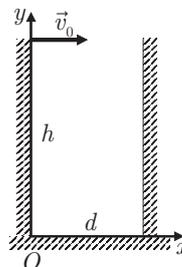
Numero di urti [adimensionale]:

Distanza [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 10  
 Matricola: 0000792755

$\xi = 363$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 1 Fila: 10 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  dal punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) (\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Un carrello, dotato di 4 ruote, ha massa (escluse le ruote) pari a  $M = 50$  kg, mentre ogni ruota ha massa pari a  $m = (0.2 + \frac{1}{5000} \xi) M$  e raggio  $r = 50$  cm. Il carrello è trainato mediante una fune, con una forza orizzontale  $\vec{F}$  di intensità  $F = 100$  N. Trascurando gli attriti volventi e gli attriti radenti dinamici, e considerando le ruote come cilindri omogenei, calcolare l'accelerazione del carrello.

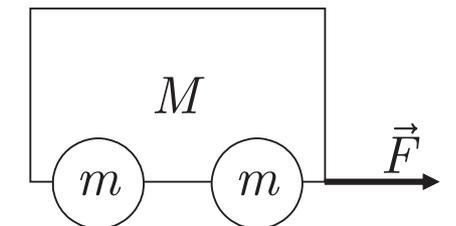
Accelerazione del carrello [m/s<sup>2</sup>]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 10$  g si muove, con velocità di modulo pari a  $w = 100$  cm/s, senza attrito su di un piano orizzontale. Il punto si conficca in un'asta sottile, omogenea, di massa  $M = m(1 + \frac{1}{1000} \xi)$  e lunghezza  $2l = 20$  cm, appoggiata senza altri vincoli e senza attrito sullo stesso piano orizzontale e inizialmente in quiete, rimanendovi attaccato. La velocità del punto materiale è perpendicolare all'asta e il punto d'impatto dista  $d = \frac{1}{1000} l \xi$  dall'estremità dell'asta. Trovare la velocità  $v_{G'}$  del centro di massa del sistema asta+punto dopo l'urto e la velocità angolare  $\omega$  del sistema asta+punto dopo l'urto.

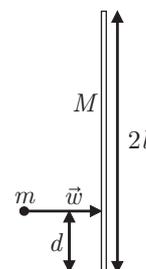
Velocità  $v_{G'}$  del centro di massa del sistema asta+punto dopo l'urto [cm/s]:

Velocità angolare  $\omega$  del sistema asta+punto dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 106

$\xi = 577$

Turno: 1 Fila: 10 Posto: 6

Matricola: 0000793506

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

2. Un punto materiale si muove su di un piano. A partire da un certo istante  $t = 0$ , le norme della velocità e dell'accelerazione diminuiscono con il tempo secondo le leggi:  $v(t) = \frac{L}{t+T}$  e  $a(t) = \frac{kL}{(t+T)^2}$ , dove  $L = \xi$  m,  $T = 2$  s e  $k = 1 + \frac{1000}{\xi}$  (numero puro). Trovare: (a) lo spostamento del punto materiale, misurato lungo la traiettoria, dopo  $\xi$  s; (b) il raggio di curvatura della traiettoria, dopo  $\xi$  s.

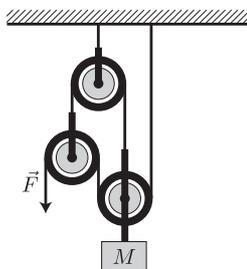
Spostamento lungo la traiettoria [m]:

Raggio di curvatura [m]:

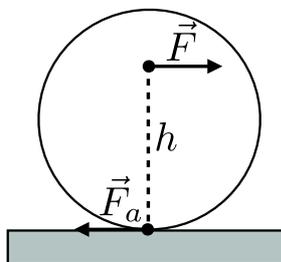
3. Si consideri una ruota a forma di disco che rotola su di un piano orizzontale. La ruota è soggetta alla forza d'attrito radente statico  $\vec{F}_a$  e a una forza costante  $\vec{F}$ . La forza  $\vec{F}$  agisce nello stesso verso della velocità del centro di massa del disco ed è applicata alla ruota in un punto a una quota  $h$  da terra, sulla verticale contenente il punto istantaneo di contatto con il terreno e il centro di massa della ruota. Se  $R$  è il raggio del disco, il moto è di puro rotolamento e tra le intensità delle due forze vale la relazione  $\|\vec{F}_a\| = \frac{1}{2} 10^{-3} \xi \|\vec{F}\|$ , determinare il rapporto  $r = \frac{h}{R}$ .

Rapporto  $r = \frac{h}{R}$  [adimensionale]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 60       $\xi = 684$       Turno: 1    Fila: 10    Posto: 9  
 Matricola: 0000816924      Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una persona, di peso  $p = 800$  N, si trova su di una bilancia pesapersona all'interno di un ascensore che si muove verso l'alto con accelerazione costante di norma  $\|\vec{a}_0\| = \frac{100+\xi}{4000} g$ . Se la bilancia è costruita come un dinamometro, opportunamente tarato, che misura la deformazione di una molla ideale, qual è il peso della persona indicato dalla bilancia all'interno dell'ascensore?

Peso  $p$  indicato dalla bilancia [N]:

2. Un punto materiale  $A$  si muove di moto rettilineo uniforme, con velocità di modulo  $v \equiv v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s, lungo la retta  $y \equiv d$ , con  $d = 50$  m. Un secondo punto materiale  $B$  parte dall'origine, nello stesso istante in cui il punto materiale  $A$  attraversa l'asse  $y$ , lungo una retta che forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $y$  (vedi figura), con velocità nulla e accelerazione costante, di modulo  $a \equiv a_0 = 0.40$  m/s<sup>2</sup>. Per quale angolo  $\theta$  i due punti materiali collidono?

Angolo  $\theta$  [°]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 100$  g è appoggiato su di un cuneo liscio, di massa  $M_1 = \frac{1}{100} \xi m$  e angolo  $\alpha = 10^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza  $h_0 = 50$  cm rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa  $M_2 = 4m$  e angolo  $\beta = 20^\circ$ , anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo.

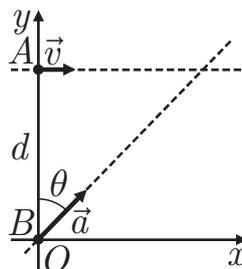
Velocità di traslazione del cuneo [cm/s]:

Altezza raggiunta dal punto sul secondo cuneo [cm]:

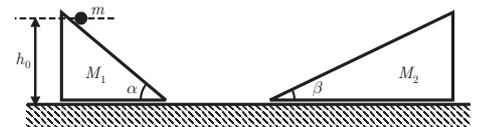
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 122

$\xi = 791$

Turno: 1 Fila: 10 Posto: 12

Matricola: 0000658787

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità  $v_0 = 100$  m/s, a un angolo  $\theta = \frac{9}{100}\xi^\circ$  rispetto alla verticale. Calcolare il raggio di curvatura del punto materiale subito dopo il lancio.

Raggio di curvatura [m]:

2. Una sfera avente massa  $m = 0.7$  kg cade da un'altezza  $h = (3 + \xi)$  m. Alla distanza di  $d = 3$  m dal suolo viene frenata da una forza costante  $F_f$  fino a raggiungere il suolo con velocità nulla. Trascurando la resistenza dell'aria: (a) Calcolare l'intensità  $F_f$  della forza frenante; (b) calcolare l'intensità  $a^{(2)}$  dell'accelerazione durante la frenata.

Forza frenante  $F_f$  [N]:

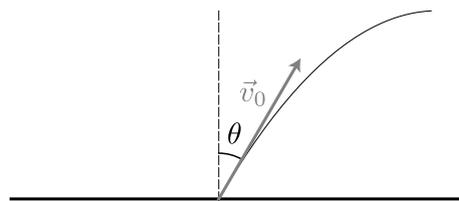
Accelerazione durante la frenata  $a^{(2)}$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

3. Un cubetto, di massa  $m = 1$  g, è posto all'interno di un imbuto che ruota attorno al proprio asse, disposto verticalmente (vedi figura), con frequenza pari a  $\nu$  s<sup>-1</sup> (cioè  $\nu$  giri/s). Le pareti dell'imbuto sono inclinate di un angolo  $\theta = 60^\circ$  rispetto alla verticale, il coefficiente di attrito statico tra cubetto e imbuto è pari a  $f = \frac{1}{1000}\xi$  e il centro del cubetto si trova a una distanza  $r = 5$  cm dall'asse dell'imbuto. Quali sono i valori minimo e massimo della frequenza di rotazione  $\nu$  per i quali il cubetto non si muove rispetto all'imbuto?

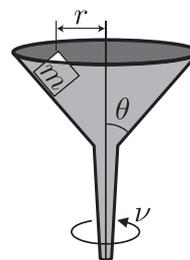
Frequenza minima [ $\text{s}^{-1}$ ]:

Frequenza massima [ $\text{s}^{-1}$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 3

$\xi = 898$

Turno: 1 Fila: 10 Posto: 14

Matricola: 0000789853

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^4$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>4</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(-2x + y)\hat{i} + cx\hat{j} + 3c\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m. Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (5, \frac{1}{2}\xi, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (-2\xi, -2, \frac{2}{3}\xi)$ .

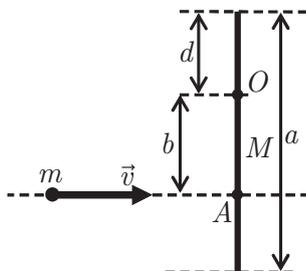
Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto.

Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 135

$\xi = 35$

Turno: 1 Fila: 12 Posto: 1

Matricola: 0000790042

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un grave si trova a un certo istante alla quota  $h = 210$  m rispetto alla superficie terrestre, con velocità di modulo  $v_0 = 50$  m/s e direzione che forma un angolo  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$  rispetto alla verticale discendente (vedi figura). Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria in tale istante.

Raggio di curvatura [m]:

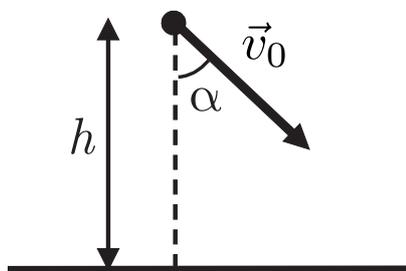
2. Un proiettile viene sparato con velocità  $\vec{v}_0$  di modulo  $\|\vec{v}_0\| = 2(1 + 10^{-2}\xi)$  m/s in direzione orizzontale a un'altezza  $h$  dal suolo. Determinare quale debba essere il rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  affinché il proiettile raggiunga il suolo con il vettore velocità inclinato di un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla verticale.

Rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  [ $s^{-1}$ ]:

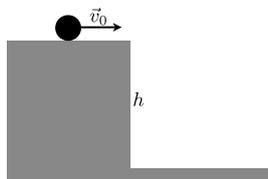
3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto A (vedi figura) di una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto O, con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

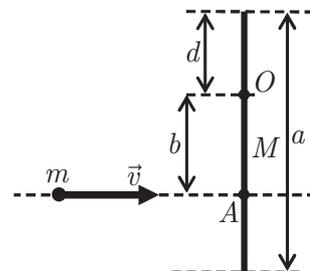
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 64  
Matricola: 0000788814

$\xi = 142$   
Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

Turno: 1 Fila: 12 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Calcolare la velocità di fuga da un pianeta di massa  $M = 10^{24}$  kg e raggio  $R = (\xi^2 \times 10^4)$  m.

Velocità di fuga [m/s]:

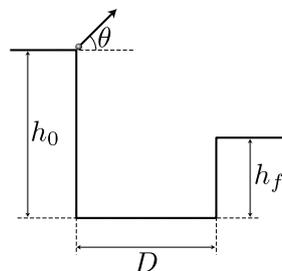
2. Un punto materiale si trova sul ciglio di una parete alta  $h_0 = 150$  m. A distanza  $D$  da tale parete si trova una seconda parete, alta  $h_f = 50$  m (vedi figura). Il punto materiale viene lanciato con alzo  $\theta = 0.5$  rad e velocità iniziale  $v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s e raggiunge esattamente il ciglio della parete opposta. Determinare la distanza  $D$  fra le due pareti.

Distanza [m]:

3. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(yz - y^2)\hat{i} + c(xz - 2xy)\hat{j} + cxy\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m<sup>2</sup>. Determinare la variazione dell'energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (2\xi, 1, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2, \frac{1}{2}\xi)$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 100

$\xi = 249$

Turno: 1 Fila: 12 Posto: 6

Matricola: 0000802094

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

$\|\vec{c}\|$ :

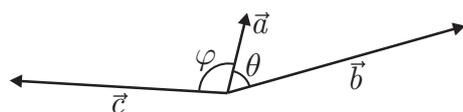
$\varphi$  [rad]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare del disco subito dopo l'urto.

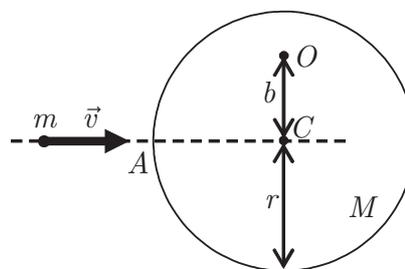
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare del disco subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 103

$\xi = 356$

Turno: 1 Fila: 12 Posto: 9

Matricola: 0000733978

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate  $(3, \xi, \frac{1}{3})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

2. Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$  attorno a un asse normale a essa, passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale può scorrere una massa puntiforme  $m = 1 \text{ kg}$ , a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k = 100(2 + 10^{-2}\xi) \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $L = 1 \text{ m}$ . L'altro estremo della molla è fissato all'asse di rotazione della piattaforma. Determinare la deformazione  $\Delta L$  della molla se la massa puntiforme ha velocità radiale nulla (si consideri la deformazione  $\Delta L$  positiva se la molla è allungata rispetto alla lunghezza a riposo, negativa se la molla è accorciata).

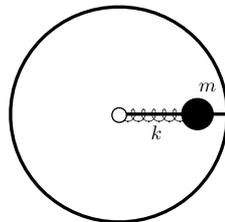
Deformazione della molla  $\Delta L$  [m]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3 \text{ m}$ , con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000} \xi \text{ rad}$  con la direzione radiale centripeta  $\hat{n}$  e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10 \text{ m/s}$ . Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

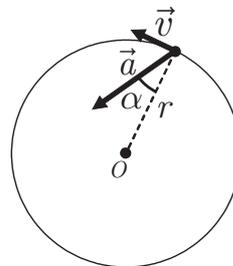
$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 91

$\xi = 570$

Turno: 1 Fila: 12 Posto: 12

Matricola: 0000789100

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un rullo cilindrico omogeneo, di raggio  $r = 3$  cm e massa  $m = 100$  g, rotola senza strisciare su di un piano orizzontale, soggetto all'azione della forza costante  $\vec{F}$ , di modulo pari a  $F = \xi$  N, parallela al piano orizzontale, applicata al centro di massa del rullo e perpendicolare a al suo asse (vedi figura). Determinare l'accelerazione del centro di massa del rullo (supponendo che l'attrito volvente sia trascurabile).

Accelerazione  $[m/s^2]$ :

2. Un pacco pesante, di massa  $m = 80$  kg, è trascinato su di un pavimento orizzontale mediante una fune, tesa a un angolo  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra pacco e pavimento è pari a  $\mu = 0.4$ . (a) Quale forza deve essere esercitata sulla fune affinché il moto sia uniforme? (b) Quale forza deve essere esercitata sulla fune affinché il moto sia uniformemente accelerato con accelerazione  $a = 2$  m/s<sup>2</sup>?

Forza necessaria per il moto uniforme [N]:

Forza necessaria per il moto uniformemente accelerato [N]:

3. Una massa  $M = \frac{1}{500} \xi$  kg è sorretta dal sistema di carrucole illustrato nella figura. A equilibrare tale massa contribuiscono una molla di costante elastica  $k = \frac{1}{1000} \xi^2$  N/m e una massa  $m = 3 \times 10^{-6} \xi^2$  kg appoggiata su di un piano inclinato di un angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  rad rispetto al piano orizzontale con attrito trascurabile. Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico: (a) l'intensità  $T$  della reazione vincolare  $\vec{T}$  del soffitto; (b) la deformazione  $\delta l$  della molla (utilizzando il segno positivo per l'allungamento e il segno negativo per la contrazione); (c) l'intensità  $R$  della reazione vincolare  $\vec{R}$  esercitata dal piano inclinato sulla carrucola fissa.

Intensità  $T$  della reazione vincolare del soffitto [N]:

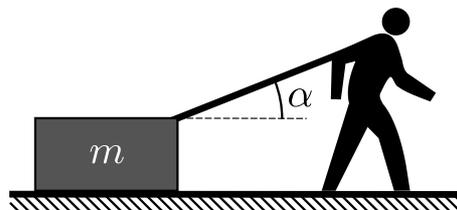
Deformazione  $\delta l$  della molla [m]:

Intensità  $R$  della reazione vincolare del piano inclinato [N]:

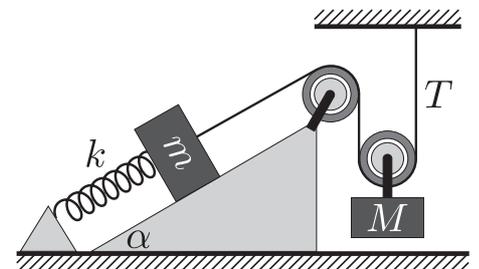
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

---

Numero progressivo: 12

$\xi = 677$

Turno: 1 Fila: 12 Posto: 14

Matricola: 0000800956

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2y\hat{i} + xy\hat{j} - xyz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

---

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

---

2. Un uomo di massa  $m_1$  si trova inizialmente in quiete al centro di un carrello ferroviario rettangolare, il quale può scorrere senza attrito lungo un binario. Il carrello ha massa  $m_2 = 5m_1$ , lunghezza  $L = 2(3 + 10^{-2}\xi)$  m (nella direzione parallela al binario), e si trova anch'esso inizialmente in quiete. A un certo istante l'uomo si sposta sul carrello in direzione parallela al binario, fino a raggiungere un'estremità del carrello. Trovare lo spostamento  $\Delta s$  del carrello, considerando l'uomo come puntiforme.

---

Spostamento carrello  $\Delta s$  [m]:

---

3. Un'asta rigida omogenea  $AB$ , di massa  $m = 4$  kg e lunghezza  $l = (78 + \frac{\xi}{2})$  cm, ruota attorno a un asse  $u$ , passante per l'estremo  $A$  e formante un angolo  $\alpha = 30^\circ$  con l'asta stessa. Calcolare il momento d'inerzia dell'asta rispetto a tale asse.

---

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]

---

Numero progressivo: 146     $\xi = 784$     Turno: 1    Fila: 14    Posto: 1  
Matricola: 0000788931    Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. Un dardo viene lanciato orizzontalmente nella direzione del centro  $A$  di un bersaglio, alla velocità  $v_0 = 20$  m/s. Dopo un tempo  $t_1 = \frac{1}{100}\sqrt{\xi}$  s, esso si conficca nel punto  $B$ , situato sotto il centro  $A$ . Quanto vale la distanza  $\overline{AB}$ ? Quanto dista il lanciatore dal bersaglio? Si trascuri la resistenza dell'aria.

---

Distanza  $\overline{AB}$  [cm]:

---

Distanza del lanciatore dal bersaglio [m]:

---

2. Negli ultimi anni sono stati scoperti numerosi oggetti planetari oltre all'orbita del pianeta Nettuno con caratteristiche fisiche comparabili a quelle del pianeta nano Plutone. Supponendo che uno di tali pianetini abbia massa  $M = 10^{-6}\xi^2 m_p$  e raggio  $R = r_p$ , dove  $r_p = 1150$  km e  $m_p = 1.3 \cdot 10^{22}$  kg sono rispettivamente il raggio e la massa e di Plutone, determinare la velocità di fuga dal pianetino.

---

Velocità di fuga [m/s]:

---

3. Una corona circolare omogenea, di densità superficiale  $\sigma = 1$  kg/m<sup>2</sup>, con raggio interno  $r_1 = \frac{1}{3}\xi$  cm e raggio esterno  $r_2 = \xi$  cm, ruota attorno al proprio asse di simmetria  $u$ . Sapendo che il sistema è isolato e che compie un giro ogni 3 minuti, determinare la norma  $K$  del momento angolare  $\vec{K}$ .

---

Momento angolare [kg m<sup>2</sup>/s]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1

Numero progressivo: 144     $\xi = 891$     Turno: 1    Fila: 14    Posto: 3  
 Matricola: 0000789589    Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un'asta omogenea, di peso  $p = \frac{\xi}{10}$  N (vedi figura), è appoggiata su due supporti  $A$  e  $B$ , distanti, dal baricentro  $G$  dell'asta, rispettivamente  $a = 1.1$  m e  $b = \frac{\xi}{1000}$  m. Calcolare la forza d'appoggio dell'asta sul supporto  $A$ .

Forza d'appoggio sul supporto  $A$  [N]:

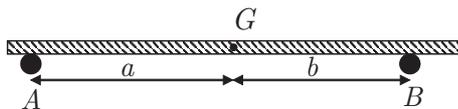
2. Si vuole mettere un satellite artificiale, di massa  $m_{\text{sat}} = 120$  kg, in orbita circolare attorno alla Terra, a una quota  $d = (40000 + 100\xi)$  km sul livello del mare. Che velocità deve avere il satellite una volta raggiunta l'orbita? (Si prenda la massa della Terra pari a  $M_t = 6 \cdot 10^{24}$  kg e il raggio terrestre pari a  $R_t = 6350$  km).

Velocità [m/s]:

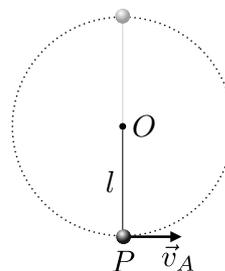
3. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  si muove in un piano verticale, appeso a un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l$ , vincolato in un punto fisso  $O$ . Se il punto  $P$ , lanciato parallelamente al suolo, ha una velocità iniziale di norma maggiore di  $\|\vec{v}_A^{(f)}\| = \frac{500+\xi}{200}$  m/s, esso raggiunge la quota massima della traiettoria circolare in figura. Si determini la minima norma della velocità  $\|\vec{v}_A^{(s)}\|$  con cui deve essere lanciato, parallelamente al suolo, lo stesso punto  $m$  per raggiungere la quota massima della traiettoria nel caso in cui il filo venga sostituito da una sbarretta indeformabile, di densità uniforme, massa pari a  $M = \frac{1}{200} m\xi$  e lunghezza  $l$ , libera di ruotare attorno a  $O$ .

Velocità minima  $\|\vec{v}_A\|$  [m/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 16

$\xi = 28$

Turno: 1 Fila: 14 Posto: 6

Matricola: 0000794381

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Tre corpi omogenei, una sfera, un cilindro e un tubo di spessore trascurabile, tutti di raggio  $R = 2$  cm, e aventi la medesima massa  $m = 300$  g, scendono lungo un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad, rotolando senza strisciare, in assenza di attrito volvente e con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse. Determinare le accelerazioni dei 3 corpi.

Accelerazione della sfera  $[m/s^2]$ :

Accelerazione del cilindro  $[m/s^2]$ :

Accelerazione del tubo  $[m/s^2]$ :

2. Si consideri la traiettoria di un punto  $P$ , situato sul bordo di un disco di raggio  $R$ , il quale ruota intorno al proprio centro  $C$  con velocità angolare  $\omega$  e trasla parallelamente al suolo con velocità  $\vec{v}$  di componente orizzontale pari a  $v_x = \left( \sqrt{\frac{500+\xi}{3000}} - 1 \right) \omega R$ . Determinare il rapporto  $\frac{\rho}{R}$  essendo  $\rho$  il raggio di curvatura della traiettoria del punto  $P$  quando è massima la sua distanza dal suolo.

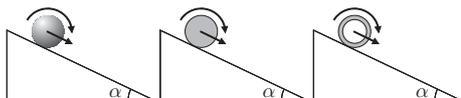
Rapporto  $\frac{\rho}{R}$  [ *adimensionale* ]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, saldato a un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolata in un punto fisso  $O$ . Quando l'asticella è disposta in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

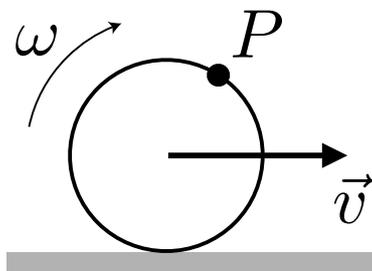
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

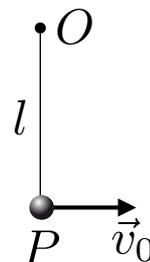
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 133     $\xi = 135$     Turno: 1    Fila: 14    Posto: 9  
 Matricola: 0000789129    Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = \frac{2}{3}x^2y^2\hat{i} + xyz\hat{j} - x^3\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

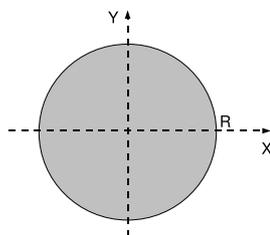
2. Il disco sottile mostrato nella figura ha raggio  $R = \xi$  m e densità superficiale di massa  $\sigma(r) = \sigma_0 + cr$ , dove  $c = 5 \text{ kg/m}^3$  e  $\sigma_0 = 4 \text{ kg/m}^2$ . Determinare il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse perpendicolare al disco e passante per il centro del disco stesso.

momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

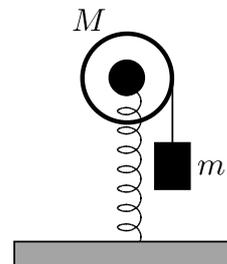
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito da un blocco di massa  $m$ , fissato a un cavo ideale, a sua volta avvolto attorno a una carrucola cilindrica omogenea, di massa  $M = 2m = (1 + 10^{-2}\xi) \text{ kg}$ , libera di ruotare attorno al proprio asse. L'asse della carrucola è montato su di una molla di costante elastica  $k = 50 \text{ N/m}$ . Determinare la deformazione della molla  $\Delta l$ , durante la discesa della massa  $m$ .

Deformazione  $\Delta l$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 57

$\xi = 242$

Turno: 1 Fila: 14 Posto: 12

Matricola: 0000793140

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale liscia (in assenza di attrito). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

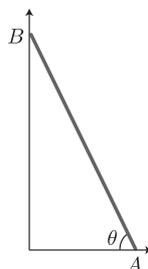
2. Un tubo omogeneo di spessore trascurabile è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4} \xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. La posizione iniziale di un pendolo — costituito da un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $l$  cui è sospeso un punto materiale di massa  $m$  — forma un angolo  $\alpha$  con la verticale. Determinare l'angolo  $\alpha$  in modo che la tensione del filo nel punto più basso della traiettoria sia, in modulo, pari a  $\|\vec{R}\| = (2 + 10^{-3} \xi) m g$ .

Angolo  $\alpha$  [°]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1

Numero progressivo: 81       $\xi = 349$       Turno: 1    Fila: 14    Posto: 14  
 Matricola: 0000790034      Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con il medesimo coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

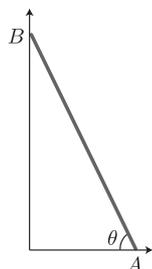
2. Il vettore posizionale di un punto materiale mobile  $P(t)$  è dato, in funzione del tempo, dall'espressione vettoriale:  $P(t) - O = \vec{r}(t) = \alpha \frac{t^3}{3} \hat{i} + \beta \frac{t^2}{\sqrt{2}} \hat{j} + \gamma (t - t_1) \hat{k}$ , dove  $\alpha = 1 \text{ m/s}^3$ ,  $\beta = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 1 \text{ m/s}$  e  $t_1 = \frac{2}{100} \xi \text{ s}$ . Determinare la distanza  $\Delta s$  percorsa dal punto materiale lungo la traiettoria nell'intervallo di tempo  $[0, t_1]$ .

Distanza  $\Delta s$  lungo la traiettoria [m]:

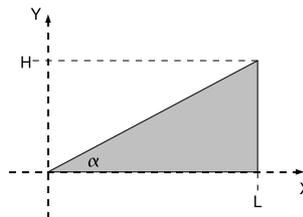
3. Data la lastra a forma di triangolo rettangolo mostrata nella figura, omogenea e di massa  $m = \xi \text{ g}$ , alta  $H = 10 \text{ cm}$  e con l'angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ , determinarne il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 152

$\xi = 563$

Turno: 1 Fila: 16 Posto: 1

Matricola: 0000789367

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dato un punto materiale che si muove con velocità  $\vec{v}(t) = A\hat{i} + Bt^2\hat{j}$ , dove  $A = \frac{1}{10} \xi$  m/s e  $B = 0.2$  m/s<sup>3</sup>, trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

$\|\vec{c}\|$ :

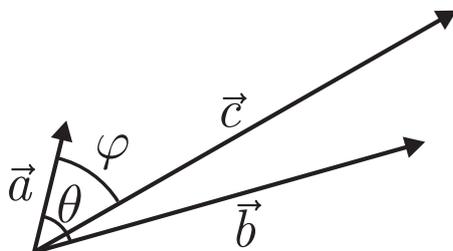
$\varphi$  [rad]:

3. Un sistema binario è costituito da due stelle che si muovono su orbite circolari, a distanza rispettivamente  $d_1 = 8 \cdot 10^4$  km e  $d_2 = 6 \cdot 10^5$  km dal centro di rivoluzione del sistema, con un periodo  $T = \xi$  giorni. Determinare le masse delle due stelle.

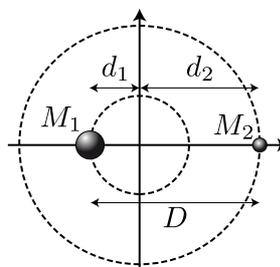
Massa della stella più massiva  $M_1$  [kg]:

Massa della stella meno massiva  $M_2$  [kg]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 69

$\xi = 670$

Turno: 1 Fila: 16 Posto: 3

Matricola: 0000793753

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dati i vettori  $\vec{v}_1 = (\hat{j} + 2\hat{k})$  m,  $\vec{v}_2 = (-\hat{j} + 3\hat{k})$  m e  $\vec{v}_3 = (\xi\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k})$  m, dove  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  sono i 3 versori ortonormali diretti rispettivamente come gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di una terna cartesiana di riferimento, determinare il volume del parallelepipedo di cui i 3 vettori formano gli spigoli che spiccano dall'origine  $O$  del sistema di coordinate.

Volume  $[\text{m}^3]$ :

2. Una sfera omogenea è fatta rotolare lungo un piano inclinato in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

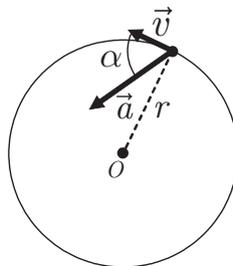
Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [ $^\circ$ ]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3$  m, con la componente intrinseca  $\vec{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000}\xi$  rad con la direzione  $\hat{v}$  della velocità e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10$  m/s. Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 54       $\xi = 777$       Turno: 1    Fila: 16    Posto: 6  
 Matricola: 0000771846      Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = xy\hat{i} - yz\hat{j} + 3x^2y\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = cy^2z\hat{i} + 2cxyz\hat{j} + cxy^2\hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^3$ . Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (1, 1, \xi)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2\xi, \frac{1}{3})$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 4 \text{ kg}$  è vincolato a muoversi lungo una guida rettilinea orizzontale fissa. Al tempo  $t = 0 \text{ s}$  il punto materiale ha velocità  $v(0) = v_0 = \frac{1}{10} \xi \text{ m/s}$ . Il punto materiale è soggetto a una forza avente la stessa direzione della velocità, verso opposto e modulo proporzionale alla radice quadrata del modulo della velocità, essendo  $k = \xi \text{ m}^{\frac{1}{2}} \text{ kg s}^{-\frac{3}{2}}$  la costante di proporzionalità. Trovare il tempo necessario affinché il punto si arresti e la distanza percorsa dal punto [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ ].

Tempo di arresto [s]:

Distanza percorsa [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]

Numero progressivo: 151     $\xi = 884$     Turno: 1    Fila: 16    Posto: 9  
 Matricola: 0000794259    Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2 + xyz$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, 2, 3)$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

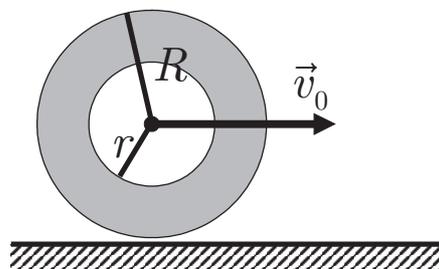
2. Una ruota di massa  $M = 10$  kg (vedi figura), il cui momento di inerzia, rispetto al proprio asse vale  $I_o = \frac{M}{2}(r^2 + R^2)$  con  $R = 50$  cm e  $r = \frac{1}{2000}\xi R$ , viene lanciata su di un piano orizzontale, in presenza di attrito dinamico. All'istante del lancio la velocità del centro di massa della ruota ha modulo  $v_0 = 10$  m/s e la ruota ha soltanto moto traslatorio. Se  $t_r$  è l'istante in cui il moto diventa di puro rotolamento, determinare il rapporto  $\rho = \frac{v_G(t_r)}{v_0}$  fra il modulo della velocità del centro di massa della ruota in tale istante e il modulo della velocità iniziale del centro di massa.

Rapporto  $\rho$  [adimensionale]:

3. In una predefinita terna cartesiana ortogonale, di versori  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , un punto materiale si muove con velocità  $\vec{v}(t) = 3c_1 t^3 \hat{i} + 5c_2 t \hat{j}$ , dove  $c_1 = \xi$  m/s<sup>4</sup> e  $c_2 = 0.2$  m/s<sup>2</sup>. Trovare il raggio di curvatura della traiettoria nella posizione in cui si trova il punto materiale al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 140

$\xi = 21$

Turno: 1 Fila: 16 Posto: 12

Matricola: 0000806472

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^3$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>3</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

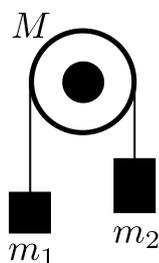
2. Due blocchi sono collegati tra loro da una funicella inestensibile di massa trascurabile, libera di scorrere senza attrito nella scanalatura sottile di una carrucola cilindrica omogenea. Nell'ipotesi che i blocchi abbiano massa  $m_1 = m$  e  $m_2 = \rho m$  e che la carrucola abbia massa  $M = 2m(1 + 10^{-2}\xi)$ , determinare il valore di  $\rho$  affinché il blocco di massa  $m_2$  cada con un'accelerazione pari a  $\frac{1}{6}g$ .

Rapporto  $\rho = \frac{m_2}{m_1}$  [adimensionale]:

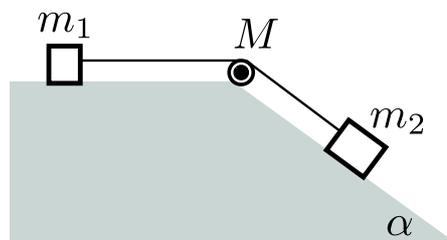
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, con  $\alpha = 30^\circ$ . Sul piano orizzontale è appoggiata una massa  $m_1 = m(1 + 10^{-2}\xi)$  mentre su quello inclinato vi è una massa  $m_2 = m$ . Le due masse sono unite da un cavo inestensibile e di massa trascurabile, avvolto a una carrucola fissa, di forma cilindrica, omogenea e di massa  $M = m$ , libera di ruotare attorno al proprio asse. Trascurando tutti gli attriti, determinare il modulo dell'accelerazione del sistema  $a_t$ .

Accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 70

$\xi = 128$

Turno: 1 Fila: 16 Posto: 14

Matricola: 0000788969

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una sbarra rigida di peso trascurabile e lunghezza pari a  $l = 30$  cm è sospesa al soffitto tramite due cavi inestensibili (vedi figura), entrambi di lunghezza  $h = 20$  cm e peso trascurabile, applicati alla sbarra a distanze (misurate a partire dall'estremo sinistro) pari rispettivamente ad  $a_1 = 0$  e  $a_2 = \frac{2}{3}l$ . Alla sbarra sono inoltre appese tre massette di peso  $p_1 = \frac{1}{500}\xi$  N,  $p_2 = 5$  N e  $p_3 = 10^{-6}\xi^2$  N a distanze rispettivamente di  $b_1 = \frac{1}{3}l$ ,  $b_2 = \frac{2}{3}l$  e  $b_3 = l$  (misurate a partire dall'estremo sinistro della sbarra). Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico, le tensioni dei due cavi.

Tensione del cavo sinistro  $T_1$  [N]:

Tensione del cavo destro  $T_2$  [N]:

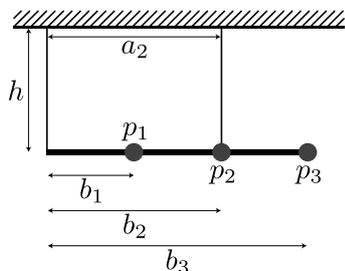
2. Dato il disco sottile e omogeneo di raggio  $R = \xi$  m e massa  $m = 200$  g, mostrato nella figura, calcolarne il momento d'inerzia rispetto a un suo diametro.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

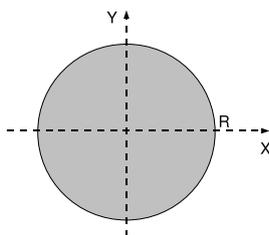
3. Una sbarra omogenea, di massa  $m = 100$  g e spessore trascurabile è appoggiata orizzontalmente su due rulli uguali, di raggio  $r = 2$  cm, con gli assi paralleli e orizzontali, situati a distanza  $d = (5 + \frac{1}{100}\xi)$  cm l'uno dall'altro. I rulli ruotano con velocità angolare costante  $\Omega = 20\pi$  rad/s con verso opposto, nel senso indicato in figura. Detto  $\mu = 0.3$  il coefficiente di attrito dinamico tra sbarra e rulli, determinare il periodo  $T$  del moto della sbarra.

Periodo  $T$  del moto [s]:

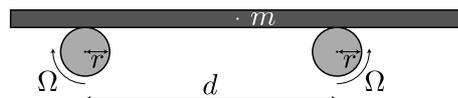
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 113     $\xi = 235$     Turno: 1    Fila: 18    Posto: 1  
Matricola: 0000802818    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale si muove in un piano seguendo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = 2.00 \text{ m/s}^2$ . Trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = \xi \text{ s}$ , se il modulo dell'accelerazione cresce con il tempo, secondo la legge:  $a(t) = 2k\sqrt{1 + (\frac{t}{T})^4}$ , con  $T = \frac{1}{100} \xi \text{ s}$ .

Raggio di curvatura [m]:

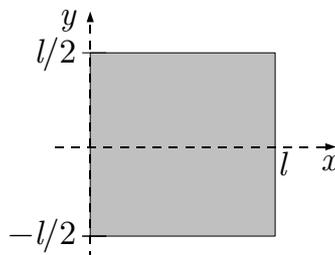
2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $l = \frac{1}{30} \xi \text{ cm}$ . Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 y^2$ , dove  $c_0 = 2 \text{ kg/m}^2$  e  $c_1 = 4 \text{ kg/m}^4$ . Determinare il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse delle ordinate.

Momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

3. Un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l = 100 \text{ cm}$  reca agli estremi due masse puntiformi:  $m_1 = 10^{-3} \xi m$  ed  $m_2 = (1 - 10^{-3} \xi) m$ . L'asta è posta in rotazione con una certa velocità angolare attorno a un asse, a essa ortogonale, passante per il punto dell'asta che si trova a distanza  $x$  dalla massa  $m_1$ . Sapendo che il sistema è soggetto a una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di  $x$  affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

Distanza  $x$  [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 19       $\xi = 342$       Turno: 1    Fila: 18    Posto: 3  
 Matricola: 0000782954      Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = 3xz\hat{i} + xyz\hat{j} + x\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

2. Un mattone di massa  $m = 1$  kg scivola senza attrito lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{8}{100}\xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

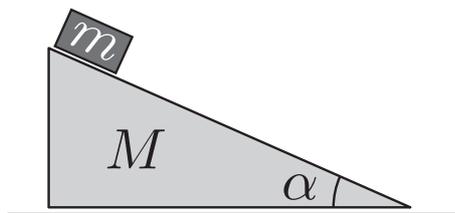
Accelerazione [m/s<sup>2</sup>]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, appeso a un filo, inestensibile ma flessibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolato in un punto fisso  $O$ . Quando il filo è disposto in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5}\xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

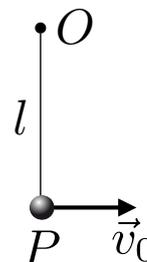
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 93

$\xi = 449$

Turno: 1 Fila: 18 Posto: 6

Matricola: 0000804911

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2\hat{i} + xy\hat{j} + xyz\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

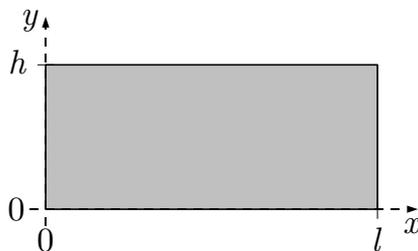
2. La lastra rettangolare mostrata nella figura ha base  $l = \frac{1}{20}\xi$  m e altezza  $h = 10$  m. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1xy$ , dove  $c_0 = 3$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 8$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ordinate.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Il vettore posizionale  $\vec{r}(t) = \overrightarrow{P(t) - O}$  di un punto materiale in moto  $P(t)$  si modifica nel tempo secondo la legge  $\vec{r}(t) = C_1t^3\hat{i} + C_2t^2\hat{j}$ , essendo  $C_1 = 1$  m/s<sup>3</sup> e  $C_2 = \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 2$  s.

Raggio di curvatura  $\rho$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 39

$\xi = 139$

Turno: 2 Fila: 2 Posto: 1

Matricola: 0000792451

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

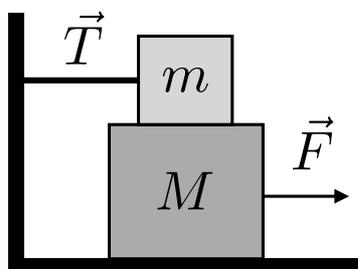
2. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito di due blocchi di massa  $m$  e  $M$ , in cui  $m = \frac{1}{2}M$ . Il blocco  $M$  si muove orizzontalmente con accelerazione costante, di norma  $\|\vec{a}\| = \frac{1}{2}g$ . Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico fra le superfici a contatto vale  $\mu = \frac{1}{4}$  e che la tensione del cavo fissato a  $m$  ha intensità pari a  $\|\vec{T}\| = \frac{500+\xi}{1000}$  N, si determini l'intensità della forza  $\vec{F}$ .

Intensità  $F$  della forza  $\vec{F}$  [N]:

3. In astronomia, il termine *galassia* designa un sistema, legato dalla forza di gravità e costituito da stelle, gas interstellare, polveri e, probabilmente, da un tipo di materia ancora sconosciuto — denominato *materia oscura* — in grado di interagire soltanto gravitazionalmente e non osservabile direttamente tramite emissione elettromagnetica (mediante telescopi, radiotelescopi, ecc.). Si schematizzi la galassia nella figura con un nucleo sferico centrale (denominato *bulge*), omogeneo, di densità  $\rho = 10^{-25}$  g/cm<sup>3</sup> (densità della materia ordinaria) e raggio  $R = 1$  kpc, e un disco attorno a esso di massa trascurabile. Sapendo che è stata misurata la velocità di rotazione delle stelle (si ipotizzi un'orbita circolare) e che, a una distanza  $r = 10$  kpc dal centro, essa è risultata pari a  $v_s = (800 + 3\xi)$  m/s, si valuti il rapporto tra la massa totale  $M$  (materia oscura + materia ordinaria) e la massa della sola materia ordinaria  $M_g$  affinché la galassia sia un sistema stabile e non si disgreghi. [1 pc =  $3.08568025 \cdot 10^{16}$  m].

Rapporto  $M/M_g$  [numero puro]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 101

$\xi = 246$

Turno: 2 Fila: 2 Posto: 3

Matricola: 0000793985

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) (\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Uno sciatore si trova fermo nel punto mediano di un ponte avente raggio di curvatura  $\rho = 2(1 + 10^{-2}\xi)$  m (vedi figura). Sia  $R_n^{(0)}$  il modulo della reazione vincolare che deve esercitare il ponte in queste condizioni. Determinare il rapporto  $r = \frac{R_n}{R_n^{(0)}}$  dove  $R_n$  è la reazione vincolare che deve esercitare il ponte quando lo stesso sciatore transita per il suo punto mediano con moto uniforme e velocità di modulo  $v = (1 + 10^{-2}\xi)$  m/s.

Rapporto  $r = \frac{R_n}{R_n^{(0)}}$  [adimensionale]:

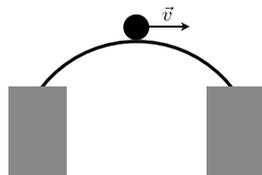
3. Un punto materiale di massa  $m = 10$  g si muove, con velocità di modulo pari a  $w = 100$  cm/s, senza attrito su di un piano orizzontale. Il punto materiale urta elasticamente un'asta sottile, omogenea, di massa  $M = m(1 + \frac{1}{1000}\xi)$  e lunghezza  $2l = 20$  cm, appoggiata senza altri vincoli e senza attrito sullo stesso piano orizzontale e inizialmente in quiete. La velocità del punto è perpendicolare all'asta e il punto d'impatto dista  $d = \frac{1}{1000}l\xi$  dall'estremità dell'asta. Trovare: (a) la velocità  $v$  del punto materiale dopo l'urto; (b) la velocità  $v_G$  del centro di massa dell'asta dopo l'urto; (c) la velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo l'urto.

Velocità  $v$  del punto materiale dopo l'urto [cm/s]:

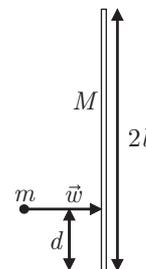
Velocità  $v_G$  del centro di massa dell'asta dopo l'urto [cm/s]:

Velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 92  
 Matricola: 0000793165

$\xi = 353$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 2 Posto: 6

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

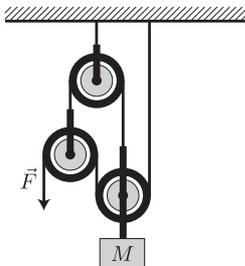
2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $L = \frac{1}{30} \xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 x$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>3</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

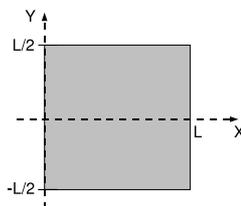
3. Un rullo cilindrico omogeneo, di massa  $m = 1$  kg, rotola senza strisciare, con l'asse parallelo alle isoipse e in assenza di attrito volvente, lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{4}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione [m/s<sup>2</sup>]:

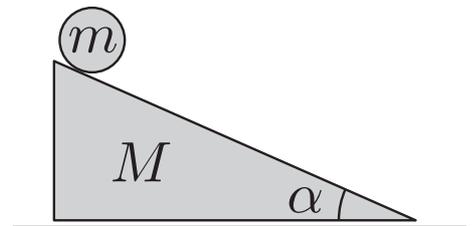
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 24  
 Matricola: 0000806509

$\xi = 567$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 2 Posto: 9

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un grave si trova a un certo istante alla quota  $h = 210$  m rispetto alla superficie terrestre, con velocità di modulo  $v_0 = 50$  m/s e direzione che forma un angolo  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$  rispetto alla verticale discendente (vedi figura). Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria in tale istante.

Raggio di curvatura [m]:

2. Una sfera avente massa  $m = 0.7$  kg cade da un'altezza  $h = (3 + \xi)$  m. Alla distanza di  $d = 3$  m dal suolo viene frenata da una forza costante  $F_f$  fino a raggiungere il suolo con velocità nulla. Trascurando la resistenza dell'aria: (a) Calcolare l'intensità  $F_f$  della forza frenante; (b) calcolare l'intensità  $a^{(2)}$  dell'accelerazione durante la frenata.

Forza frenante  $F_f$  [N]:

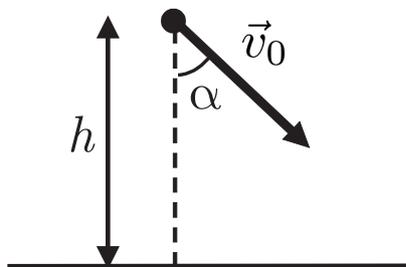
Accelerazione durante la frenata  $a^{(2)}$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 100$  g è appoggiato su di un cuneo liscio, di massa  $M_1 = \frac{1}{100} \xi m$  e angolo  $\alpha = 10^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza  $h_0 = 50$  cm rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa  $M_2 = 4m$  e angolo  $\beta = 20^\circ$ , anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo.

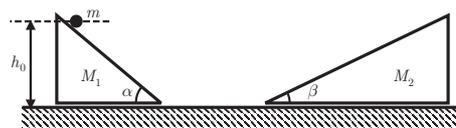
Velocità di traslazione del cuneo [cm/s]:

Altezza raggiunta dal punto sul secondo cuneo [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 34  
 Matricola: 0000788863

$\xi = 674$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 2 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare  $R$  del soffitto [N]:

2. Un proiettile viene sparato con velocità  $\vec{v}_0$  di modulo  $\|\vec{v}_0\| = 2(1 + 10^{-2}\xi)$  m/s in direzione orizzontale a un'altezza  $h$  dal suolo. Determinare quale debba essere il rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  affinché il proiettile raggiunga il suolo con il vettore velocità inclinato di un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla verticale.

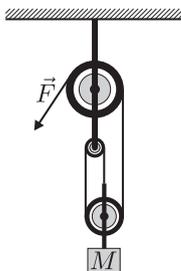
Rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  [ $s^{-1}$ ]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000}\xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000}\xi) a$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto.

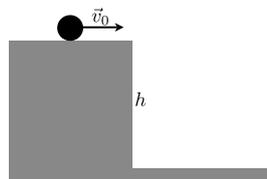
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto [rad/s]:

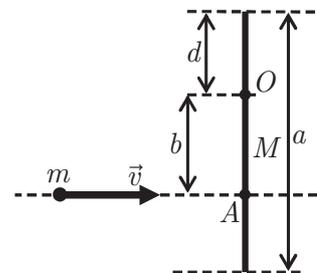
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 23

$\xi = 781$

Turno: 2 Fila: 2 Posto: 14

Matricola: 0000792699

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Due sfere omogenee, entrambe di raggio  $R = 1$  cm, aventi la medesima massa  $m = 100$  g, scendono lungo un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad: la prima strisciando senza rotolare in assenza di ogni forma di attrito, la seconda rotolando senza strisciare, in assenza di attrito volvente. Determinare le accelerazioni dei centri di massa delle 2 sfere.

Accelerazione della sfera che striscia [ $\text{m/s}^2$ ]:

Accelerazione della sfera che rotola [ $\text{m/s}^2$ ]:

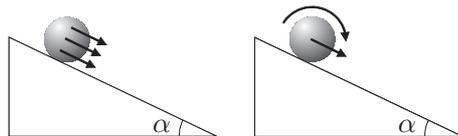
2. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [ $^\circ$ ]:

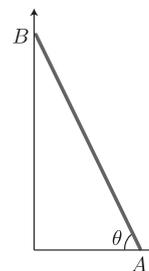
3. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(yz - y^2) \hat{i} + c(xz - 2xy) \hat{j} + cxy \hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^2$ . Determinare la variazione dell'energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (2\xi, 1, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2, \frac{1}{2}\xi)$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 13

$\xi = 888$

Turno: 2 Fila: 4 Posto: 1

Matricola: 0000789017

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2y\hat{i} + xy\hat{j} - xyz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

2. Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$  attorno a un asse normale a essa, passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale può scorrere una massa puntiforme  $m = 1 \text{ kg}$ , a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k = 100(2 + 10^{-2}\xi) \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $L = 1 \text{ m}$ . L'altro estremo della molla è fissato all'asse di rotazione della piattaforma. Determinare la deformazione  $\Delta L$  della molla se la massa puntiforme ha velocità radiale nulla (si consideri la deformazione  $\Delta L$  positiva se la molla è allungata rispetto alla lunghezza a riposo, negativa se la molla è accorciata).

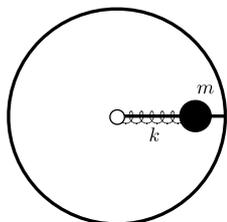
Deformazione della molla  $\Delta L$  [m]:

3. Una palla da biliardo cava, di raggio  $r = 3 \text{ cm}$ , massa  $m = 300 \text{ g}$  e momento di inerzia rispetto a un asse passante per il centro pari a  $(0.4 + 0.0002 \times \xi)mr^2$ , è colpita centralmente con una stecca (asse della stecca passante per il centro della palla), acquistando in questo modo una velocità iniziale  $v_0 = \frac{\xi}{10} \text{ cm/s}$  (moto di pura traslazione). Il coefficiente di attrito radente dinamico del biliardo è  $\mu = 0.1$ , mentre l'attrito volvente è trascurabile. Calcolare (a) la velocità e (b) lo spostamento della palla nell'istante in cui essa smette di strisciare sul tavolo (cioè nell'istante in cui il moto diventa un moto di rotolamento puro).

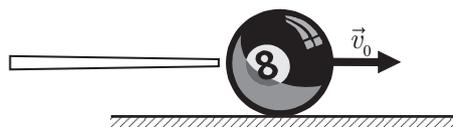
Velocità [cm/s]:

Spostamento [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

---

Numero progressivo: 38

$\xi = 25$

Turno: 2 Fila: 4 Posto: 3

Matricola: 0000793957

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = \frac{2}{3}x^2y^2\hat{i} + xyz\hat{j} - x^3\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$ .

---

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

---

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

---

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

---

2. Si vuole mettere un satellite artificiale, di massa  $m_{\text{sat}} = 120$  kg, in orbita circolare attorno alla Terra, a una quota  $d = (40000 + 100\xi)$  km sul livello del mare. Che velocità deve avere il satellite una volta raggiunta l'orbita? (Si prenda la massa della Terra pari a  $M_t = 6 \cdot 10^{24}$  kg e il raggio terrestre pari a  $R_t = 6350$  km).

---

Velocità [m/s]:

---

3. Una corona circolare omogenea, di densità superficiale  $\sigma = 1$  kg/m<sup>2</sup>, con raggio interno  $r_1 = \frac{1}{3}\xi$  cm e raggio esterno  $r_2 = \xi$  cm, ruota attorno al proprio asse di simmetria  $u$ . Sapendo che il sistema è isolato e che compie un giro ogni 3 minuti, determinare la norma  $K$  del momento angolare  $\vec{K}$ .

---

Momento angolare [kg m<sup>2</sup>/s]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]

Numero progressivo: 119

$\xi = 132$

Turno: 2 Fila: 4 Posto: 6

Matricola: 0000789604

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale liscia (in assenza di attrito). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

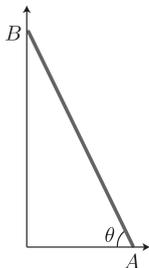
2. Si consideri la traiettoria di un punto  $P$ , situato sul bordo di un disco di raggio  $R$ , il quale ruota intorno al proprio centro  $C$  con velocità angolare  $\omega$  e trasla parallelamente al suolo con velocità  $\vec{v}$  di componente orizzontale pari a  $v_x = \left( \sqrt{\frac{500+\xi}{3000}} - 1 \right) \omega R$ . Determinare il rapporto  $\frac{\rho}{R}$  essendo  $\rho$  il raggio di curvatura della traiettoria del punto  $P$  quando è massima la sua distanza dal suolo.

Rapporto  $\frac{\rho}{R}$  [ *adimensionale* ]:

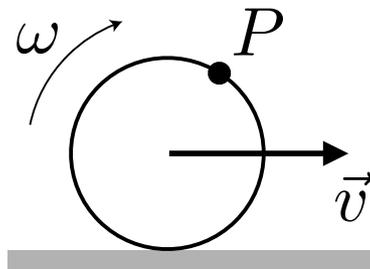
3. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  si muove in un piano verticale, appeso a un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l$ , vincolato in un punto fisso  $O$ . Se il punto  $P$ , lanciato parallelamente al suolo, ha una velocità iniziale di norma maggiore di  $\|\vec{v}_A^{(f)}\| = \frac{500+\xi}{200}$  m/s, esso raggiunge la quota massima della traiettoria circolare in figura. Si determini la minima norma della velocità  $\|\vec{v}_A^{(s)}\|$  con cui deve essere lanciato, parallelamente al suolo, lo stesso punto  $m$  per raggiungere la quota massima della traiettoria nel caso in cui il filo venga sostituito da una sbarretta indeformabile, di densità uniforme, massa pari a  $M = \frac{1}{200} m \xi$  e lunghezza  $l$ , libera di ruotare attorno a  $O$ .

Velocità minima  $\|\vec{v}_A\|$  [m/s]:

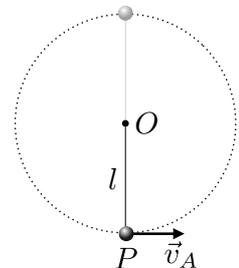
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 149

$\xi = 239$

Turno: 2 Fila: 4 Posto: 9

Matricola: 0000806699

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con il medesimo coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

2. Il disco sottile mostrato nella figura ha raggio  $R = \xi$  m e densità superficiale di massa  $\sigma(r) = \sigma_0 + cr$ , dove  $c = 5 \text{ kg/m}^3$  e  $\sigma_0 = 4 \text{ kg/m}^2$ . Determinare il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse perpendicolare al disco e passante per il centro del disco stesso.

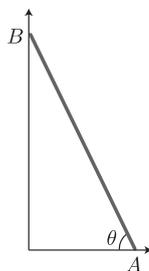
momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10 \text{ g}$ , si muove in un piano verticale, saldato a un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20 \text{ cm}$ , vincolata in un punto fisso  $O$ . Quando l'asticella è disposta in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi) \text{ cm/s}$ . Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

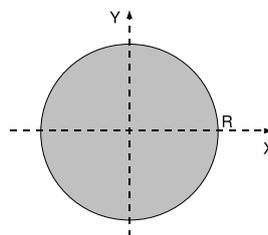
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

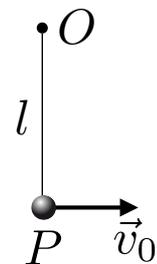
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 66

$\xi = 346$

Turno: 2 Fila: 4 Posto: 12

Matricola: 0000782617

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dato un punto materiale che si muove con velocità  $\vec{v}(t) = A\hat{i} + Bt^2\hat{j}$ , dove  $A = \frac{1}{10} \xi$  m/s e  $B = 0.2$  m/s<sup>3</sup>, trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

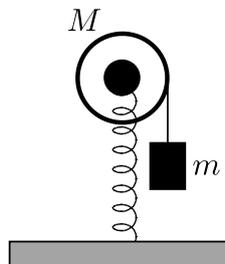
2. Un tubo omogeneo di spessore trascurabile è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito da un blocco di massa  $m$ , fissato a un cavo ideale, a sua volta avvolto attorno a una carrucola cilindrica omogenea, di massa  $M = 2m = (1 + 10^{-2}\xi)$  kg, libera di ruotare attorno al proprio asse. L'asse della carrucola è montato su di una molla di costante elastica  $k = 50$  N/m. Determinare la deformazione della molla  $\Delta l$ , durante la discesa della massa  $m$ .

Deformazione  $\Delta l$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 63

$\xi = 560$

Turno: 2 Fila: 4 Posto: 14

Matricola: 0000788843

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto (N.B.: la carrucola più a sinistra nella figura è fissata a una parete, non appesa al soffitto).

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

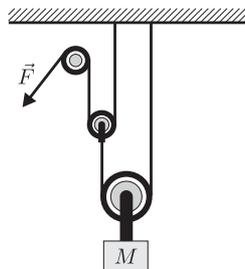
2. Il vettore posizionale di un punto materiale mobile  $P(t)$  è dato, in funzione del tempo, dall'espressione vettoriale:  $P(t) - O = \vec{r}(t) = \alpha \frac{t^3}{3} \hat{i} + \beta \frac{t^2}{\sqrt{2}} \hat{j} + \gamma (t - t_1) \hat{k}$ , dove  $\alpha = 1$  m/s<sup>3</sup>,  $\beta = 1$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 1$  m/s e  $t_1 = \frac{2}{100} \xi$  s. Determinare la distanza  $\Delta s$  percorsa dal punto materiale lungo la traiettoria nell'intervallo di tempo  $[0, t_1]$ .

Distanza  $\Delta s$  lungo la traiettoria [m]:

3. La posizione iniziale di un pendolo — costituito da un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $l$  cui è sospeso un punto materiale di massa  $m$  — forma un angolo  $\alpha$  con la verticale. Determinare l'angolo  $\alpha$  in modo che la tensione del filo nel punto più basso della traiettoria sia, in modulo, pari a  $\|\vec{R}\| = (2 + 10^{-3}\xi) mg$ .

Angolo  $\alpha$  [°]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1

Numero progressivo: 75  
 Matricola: 0000772775

$\xi = 667$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 2 Fila: 6 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = xy\hat{i} - yz\hat{j} + 3x^2y\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{200} \xi$  N è situato all'estremità di una sbarretta indeformabile, di peso trascurabile e lunghezza  $r = 0.1$  m (vedi figura). L'estremità opposta della sbarra è incernierata in  $O$  a una parete verticale in modo tale che la sbarra stessa si possa muovere soltanto in senso verticale. A una distanza  $h = 0.2$  m da  $O$ , verticalmente sopra al punto, è fissato l'estremo di una molla, di costante elastica pari a  $k = 50$  N/m e lunghezza a riposo pari a  $l_0 = 0.1$  m. La molla è fissata al punto materiale nel suo estremo opposto. Determinare, all'equilibrio statico, l'allungamento  $\Delta l$  della molla.

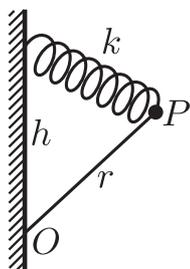
Allungamento  $\Delta l$  della molla [m]:

3. Un sistema binario è costituito da due stelle che si muovono su orbite circolari, a distanza rispettivamente  $d_1 = 8 \cdot 10^4$  km e  $d_2 = 6 \cdot 10^5$  km dal centro di rivoluzione del sistema, con un periodo  $T = \xi$  giorni. Determinare le masse delle due stelle.

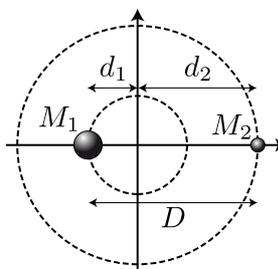
Massa della stella più massiva  $M_1$  [kg]:

Massa della stella meno massiva  $M_2$  [kg]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 44

$\xi = 774$

Turno: 2 Fila: 6 Posto: 3

Matricola: 0000718925

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela *privacy*]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema meccanico rappresentato nella figura (*verricello semplice*) costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  dotato di due scanalature, poste a distanza  $r_1$  e  $r_2 = r_1(2 + 10^{-2}\xi)$  dall'asse del disco (con  $r_1 < r_2$ ), all'interno delle quali può essere avvolto un filo. Nell'ipotesi in cui una massa  $m$  sia sospesa a un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura esterna e il dispositivo sia sospeso a sua volta mediante un filo inestensibile di massa trascurabile avvolto nella scanalatura interna, determinare il rapporto delle masse  $\rho = \frac{M}{m}$  affinché il disco sia in equilibrio.

Rapporto  $\rho = \frac{M}{m}$  [adimensionale]:

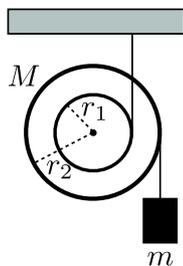
2. Una sfera omogenea è fatta rotolare lungo un piano inclinato in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

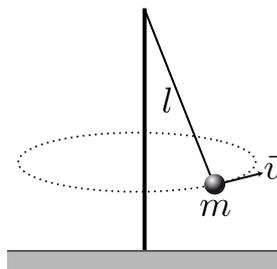
3. Un punto materiale di massa  $m$  è sospeso a un'asta verticale, mediante un filo inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza  $l = \frac{100+\xi}{200}$  m. Si calcoli con quale velocità  $v = \|\vec{v}\|$  il punto può ruotare attorno all'asta, su di una traiettoria circolare di raggio  $R = \frac{1}{2}l$ , parallela a terra.

Velocità  $\|\vec{v}\|$  del punto materiale [m/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 108

$\xi = 881$

Turno: 2 Fila: 6 Posto: 6

Matricola: 0000802282

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2 + xyz$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, 2, 3)$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = cy^2z\hat{i} + 2cxyz\hat{j} + cxy^2\hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^3$ . Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (1, 1, \xi)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2\xi, \frac{1}{3})$ .

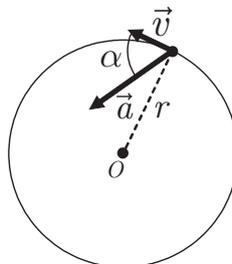
Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3 \text{ m}$ , con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000}\xi$  rad con la direzione  $\hat{v}$  della velocità e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10 \text{ m/s}$ . Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 150     $\xi = 18$

Turno: 2    Fila: 6    Posto: 9

Matricola: 0000806487    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^3$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>3</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{10} \xi$  N è fissato al soffitto tramite un cavo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $r = 1$  m e tramite una molla di lunghezza a riposo trascurabile ( $l_0 = 0$  m) e costante elastica  $k = 40$  N/m (vedi figura). Cavo e molla sono entrambi fissati in un'estremità al soffitto (a distanza  $r$  l'uno dall'altro) e nell'altra al punto materiale. Calcolare, all'equilibrio, la distanza  $d$  del punto dal soffitto.

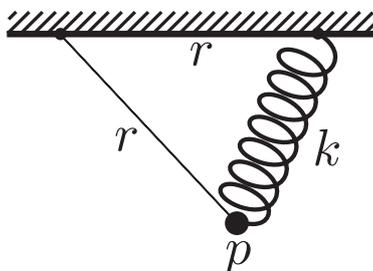
Distanza  $d$  del punto dal soffitto [m]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 4$  kg è vincolato a muoversi lungo una guida rettilinea orizzontale fissa. Al tempo  $t = 0$  s il punto materiale ha velocità  $v(0) = v_0 = \frac{1}{10} \xi$  m/s. Il punto materiale è soggetto a una forza avente la stessa direzione della velocità, verso opposto e modulo proporzionale alla radice quadrata del modulo della velocità, essendo  $k = \xi$  m<sup>1/2</sup> kg s<sup>-3/2</sup> la costante di proporzionalità. Trovare il tempo necessario affinché il punto si arresti e la distanza percorsa dal punto [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ ].

Tempo di arresto [s]:

Distanza percorsa [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 2  
 Matricola: 0000789605

$\xi = 125$   
 Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

Turno: 2 Fila: 6 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una sbarra rigida di peso trascurabile e lunghezza pari a  $l = 30$  cm è sospesa al soffitto tramite due cavi inestensibili (vedi figura), entrambi di lunghezza  $h = 20$  cm e peso trascurabile, applicati alla sbarra a distanze (misurate a partire dall'estremo sinistro) pari rispettivamente ad  $a_1 = 0$  e  $a_2 = \frac{2}{3}l$ . Alla sbarra sono inoltre appese tre massette di peso  $p_1 = \frac{1}{500}\xi$  N,  $p_2 = 5$  N e  $p_3 = 10^{-6}\xi^2$  N a distanze rispettivamente di  $b_1 = \frac{1}{3}l$ ,  $b_2 = \frac{2}{3}l$  e  $b_3 = l$  (misurate a partire dall'estremo sinistro della sbarra). Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico, le tensioni dei due cavi.

Tensione del cavo sinistro  $T_1$  [N]:

Tensione del cavo destro  $T_2$  [N]:

2. Una ruota di massa  $M = 10$  kg (vedi figura), il cui momento di inerzia, rispetto al proprio asse vale  $I_o = \frac{M}{2}(r^2 + R^2)$  con  $R = 50$  cm e  $r = \frac{1}{2000}\xi R$ , viene lanciata su di un piano orizzontale, in presenza di attrito dinamico. All'istante del lancio la velocità del centro di massa della ruota ha modulo  $v_0 = 10$  m/s e la ruota ha soltanto moto traslatorio. Se  $t_r$  è l'istante in cui il moto diventa di puro rotolamento, determinare il rapporto  $\rho = \frac{v_G(t_r)}{v_0}$  fra il modulo della velocità del centro di massa della ruota in tale istante e il modulo della velocità iniziale del centro di massa.

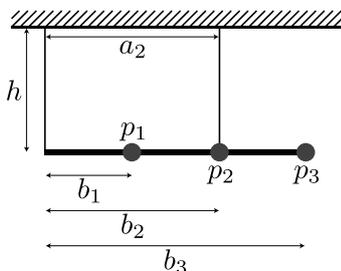
Rapporto  $\rho$  [adimensionale]:

3. Un filo sottile e inestensibile, di massa trascurabile, è avvolto attorno a un rullo cilindrico pieno, di massa  $m = 100$  g e raggio  $r = 2$  cm. Il filo passa nella gola di una carrucola di massa trascurabile e priva di attrito e sostiene un blocco di massa  $M = 50$  g. Il cilindro rotola senza strisciare su di un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{9}{100}\xi^\circ$ . Determinare: (a) l'accelerazione del cilindro; (b) la tensione del filo.

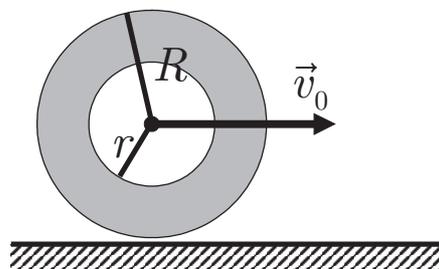
Accelerazione del cilindro [m/s<sup>2</sup>]:

Tensione del filo [N]:

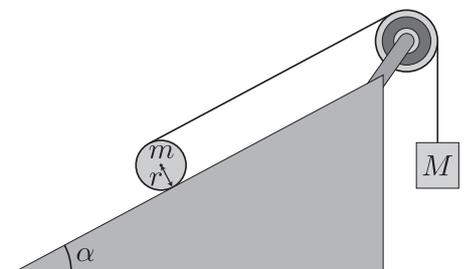
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 59       $\xi = 232$       Turno: 2    Fila: 6    Posto: 14  
 Matricola: 0000793680      Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = 3x\hat{i} + xyz\hat{j} + x\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

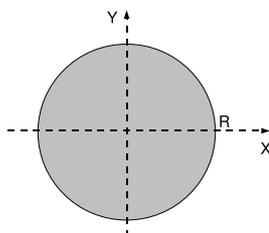
2. Dato il disco sottile e omogeneo di raggio  $R = \xi$  m e massa  $m = 200$  g, mostrato nella figura, calcolarne il momento d'inerzia rispetto a un suo diametro.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

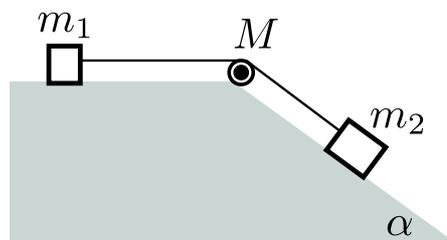
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, con  $\alpha = 30^\circ$ . Sul piano orizzontale è appoggiata una massa  $m_1 = m(1 + 10^{-2}\xi)$  mentre su quello inclinato vi è una massa  $m_2 = m$ . Le due masse sono unite da un cavo inestensibile e di massa trascurabile, avvolto a una carrucola fissa, di forma cilindrica, omogenea e di massa  $M = m$ , libera di ruotare attorno al proprio asse. Trascurando tutti gli attriti, determinare il modulo dell'accelerazione del sistema  $a_t$ .

Accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 137

$\xi = 339$

Turno: 2 Fila: 8 Posto: 1

Matricola: 0000793962

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a muoversi su di una guida rettilinea. Al tempo  $t = 0$  il punto materiale si trova in quiete. Se il punto accelera con accelerazione  $a(t) = kt^2$ , dove  $k = \frac{1}{1000} \xi \text{ m/s}^4$ , trovare la velocità raggiunta e lo spazio percorso al tempo  $t = \frac{1}{50} \xi \text{ s}$ .

Velocità raggiunta [m/s]:

Spazio percorso [m]:

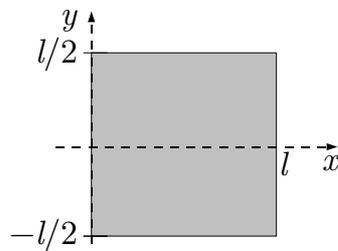
2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $l = \frac{1}{30} \xi \text{ cm}$ . Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 y^2$ , dove  $c_0 = 2 \text{ kg/m}^2$  e  $c_1 = 4 \text{ kg/m}^4$ . Determinare il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse delle ordinate.

Momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

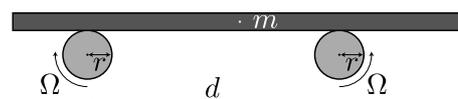
3. Una sbarra omogenea, di massa  $m = 100 \text{ g}$  e spessore trascurabile è appoggiata orizzontalmente su due rulli uguali, di raggio  $r = 2 \text{ cm}$ , con gli assi paralleli e orizzontali, situati a distanza  $d = (5 + \frac{1}{100} \xi) \text{ cm}$  l'uno dall'altro. I rulli ruotano con velocità angolare costante  $\Omega = 20\pi \text{ rad/s}$  con verso opposto, nel senso indicato in figura. Detto  $\mu = 0.3$  il coefficiente di attrito dinamico tra sbarra e rulli, determinare il periodo  $T$  del moto della sbarra.

Periodo  $T$  del moto [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 111     $\xi = 446$     Turno: 2    Fila: 8    Posto: 3  
Matricola: 0000802940    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2 \hat{i} + xy \hat{j} + xyz \hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

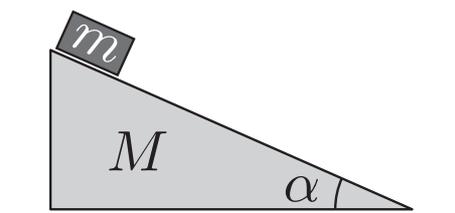
2. Un mattone di massa  $m = 1$  kg scivola senza attrito lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{8}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione [m/s<sup>2</sup>]:

3. Un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l = 100$  cm reca agli estremi due masse puntiformi:  $m_1 = 10^{-3} \xi m$  ed  $m_2 = (1 - 10^{-3} \xi) m$ . L'asta è posta in rotazione con una certa velocità angolare attorno a un asse, a essa ortogonale, passante per il punto dell'asta che si trova a distanza  $x$  dalla massa  $m_1$ . Sapendo che il sistema è soggetto a una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di  $x$  affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

Distanza  $x$  [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 58  
 Matricola: 0000789776

$\xi = 553$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 8 Posto: 6

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un razzo, di massa a vuoto pari a  $m_0 = 20$  kg, è rifornito con una quantità di gas pari a  $m_{g0} = (\frac{1}{10} \xi + 10)$  kg. All'istante iniziale il razzo inizia a espellere il gas contenuto al suo interno verso il basso, con velocità costante  $v_g$ , e rateo costante di massa espulsa per unità di tempo pari a  $k = 10$  kg/s. Determinare la minima velocità di espulsione del gas  $v_g$  affinché il razzo inizi a sollevarsi nel momento in cui si accende il motore.

Velocità minima [m/s]:

2. Un disco in quiete, all'istante  $t = 0$  inizia a ruotare attorno al proprio asse, con accelerazione angolare costante pari a  $\dot{\omega} = 2$  rad/s<sup>2</sup>. Determinare la norma dell'accelerazione  $\|\vec{a}\|$  di un punto  $P$  situato sul disco, a distanza  $r = 5$  m dall'asse, nell'istante  $t = \frac{1}{10} \xi$  s.

Norma  $\|\vec{a}\|$  dell'accelerazione del punto  $P$  [m/s<sup>2</sup>]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, appeso a un filo, inestensibile ma flessibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolato in un punto fisso  $O$ . Quando il filo è disposto in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

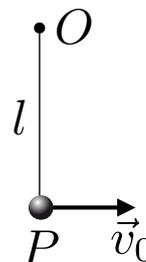
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 143

$\xi = 660$

Turno: 2 Fila: 8 Posto: 9

Matricola: 0000802283

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

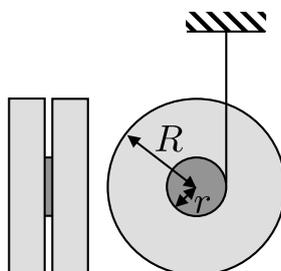
2. Uno yo-yo è costituito da un cilindro omogeneo scanalato, di raggio  $R = 7$  cm e massa  $m = 100$  g (scanalatura di larghezza trascurabile), sulla cui gola, di raggio  $r = (2 + \frac{1}{200}\xi)$  cm, è avvolto uno spago, fissato, all'altra estremità, al soffitto. Calcolare l'accelerazione dello yo-yo.

Accelerazione  $[m/s^2]$ :

3. Il vettore posizionale  $\vec{r}(t) = \overrightarrow{P(t) - O}$  di un punto materiale in moto  $P(t)$  si modifica nel tempo secondo la legge  $\vec{r}(t) = C_1t^3\hat{i} + C_2t^2\hat{j}$ , essendo  $C_1 = 1$  m/s<sup>3</sup> e  $C_2 = \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 2$  s.

Raggio di curvatura  $\rho$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 80

$\xi = 767$

Turno: 2 Fila: 8 Posto: 11

Matricola: 0000806646

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Un punto materiale di massa  $m$  viene lanciato lungo il profilo rigido e liscio di raggio  $R = (1 + 10^{-2}\xi)$  m mostrato in figura, con una velocità iniziale di modulo  $v_0 = \sqrt{(3 + 10^{-3}\xi)gR}$ . Determinare in quale punto del profilo la reazione vincolare è nulla (si determini la quota  $h$  di tale punto da terra).

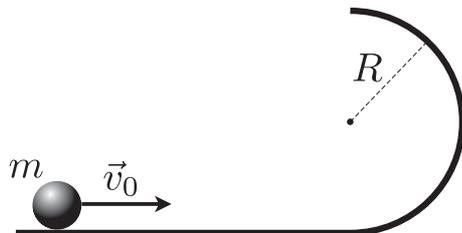
Quota  $h$  [m]:

3. Una sfera rigida, omogenea, di centro  $A$ , raggio  $R = 4$  cm e massa  $M = 250$  g, inizialmente in quiete, è urtata da un'altra sfera rigida, omogenea, di centro  $B$ , raggio  $r = 3$  cm e massa  $m = 100$  g, che un attimo prima dell'urto trasla con una velocità nota  $\vec{w}$  di modulo pari a  $w = 100$  cm/s. L'urto è perfettamente elastico e non c'è attrito tra le superfici delle due sfere. Se la distanza di  $A$  dalla retta passante per  $B$  e parallela a  $\vec{w}$  subito prima dell'urto è pari a  $d = \frac{7\xi}{1000}$  cm (vedi figura), determinare gli angoli  $\alpha$  ( $\in [0, 90^\circ[$ ) e  $\beta$  ( $\in [0, 180^\circ]$ ) che le velocità delle due sfere formano con quella iniziale  $\vec{w}$  della sfera  $B$ .

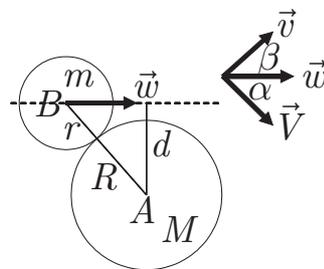
Angolo  $\alpha$  (sfera  $A$ ) [ $^\circ$ ]:

Angolo  $\beta$  (sfera  $B$ ) [ $^\circ$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 105

$\xi = 874$

Turno: 2 Fila: 8 Posto: 14

Matricola: 0000789642

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

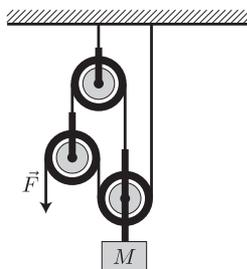
2. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito di due blocchi di massa  $m$  e  $M$ , in cui  $m = \frac{1}{2} M$ . Il blocco  $M$  si muove orizzontalmente con accelerazione costante, di norma  $\|\vec{a}\| = \frac{1}{2} g$ . Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico fra le superfici a contatto vale  $\mu = \frac{1}{4}$  e che la tensione del cavo fissato a  $m$  ha intensità pari a  $\|\vec{T}\| = \frac{500+\xi}{1000}$  N, si determini l'intensità della forza  $\vec{F}$ .

Intensità  $F$  della forza  $\vec{F}$  [N]:

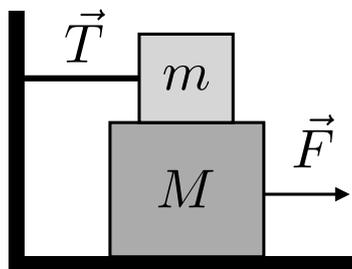
3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto  $A$  (vedi figura) di un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare e la velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

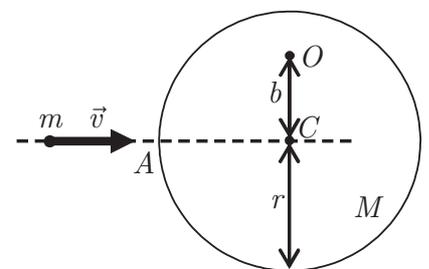
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 15  
 Matricola: 0000792849

$\xi = 11$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 10 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità  $v_0 = 100$  m/s, a un angolo  $\theta = \frac{9}{100}\xi^\circ$  rispetto alla verticale. Calcolare il raggio di curvatura del punto materiale subito dopo il lancio.

Raggio di curvatura [m]:

2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $L = \frac{1}{30}\xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1x$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>3</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

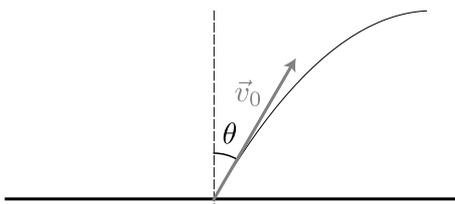
3. Un punto materiale di massa  $m = 10$  g si muove, con velocità di modulo pari a  $w = 100$  cm/s, senza attrito su di un piano orizzontale. Il punto materiale urta elasticamente un'asta sottile, omogenea, di massa  $M = m(1 + \frac{1}{1000}\xi)$  e lunghezza  $2l = 20$  cm, appoggiata senza altri vincoli e senza attrito sullo stesso piano orizzontale e inizialmente in quiete. La velocità del punto è perpendicolare all'asta e il punto d'impatto dista  $d = \frac{1}{1000}l\xi$  dall'estremità dell'asta. Trovare: (a) la velocità  $v$  del punto materiale dopo l'urto; (b) la velocità  $v_G$  del centro di massa dell'asta dopo l'urto; (c) la velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo l'urto.

Velocità  $v$  del punto materiale dopo l'urto [cm/s]:

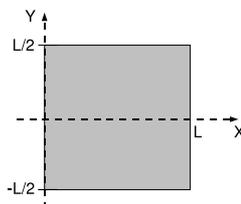
Velocità  $v_G$  del centro di massa dell'asta dopo l'urto [cm/s]:

Velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo l'urto [rad/s]:

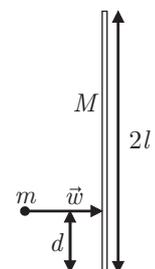
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 118

$\xi = 118$

Turno: 2 Fila: 10 Posto: 3

Matricola: 0000788961

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^4$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>4</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

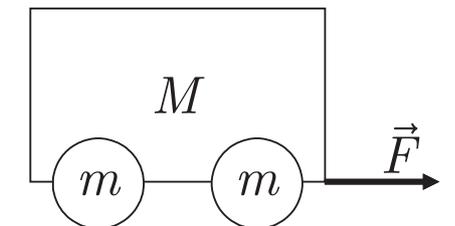
2. Un carrello, dotato di 4 ruote, ha massa (escluse le ruote) pari a  $M = 50$  kg, mentre ogni ruota ha massa pari a  $m = (0.2 + \frac{1}{5000} \xi) M$  e raggio  $r = 50$  cm. Il carrello è trainato mediante una fune, con una forza orizzontale  $\vec{F}$  di intensità  $F = 100$  N. Trascurando gli attriti volventi e gli attriti radenti dinamici, e considerando le ruote come cilindri omogenei, calcolare l'accelerazione del carrello.

Accelerazione del carrello [m/s<sup>2</sup>]:

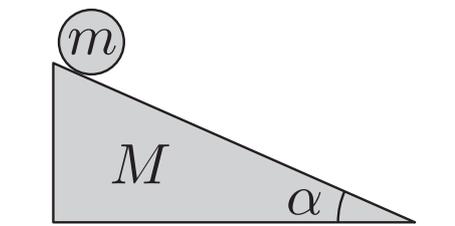
3. Un rullo cilindrico omogeneo, di massa  $m = 1$  kg, rotola senza strisciare, con l'asse parallelo alle isoipse e in assenza di attrito volvente, lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{4}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 145

$\xi = 225$

Turno: 2 Fila: 10 Posto: 6

Matricola: 0000694008

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Calcolare la velocità di fuga da un pianeta di massa  $M = 10^{24}$  kg e raggio  $R = (\xi^2 \times 10^4)$  m.

Velocità di fuga [m/s]:

2. Un punto materiale  $A$  si muove di moto rettilineo uniforme, con velocità di modulo  $v \equiv v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s, lungo la retta  $y \equiv d$ , con  $d = 50$  m. Un secondo punto materiale  $B$  parte dall'origine, nello stesso istante in cui il punto materiale  $A$  attraversa l'asse  $y$ , lungo una retta che forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $y$  (vedi figura), con velocità nulla e accelerazione costante, di modulo  $a \equiv a_0 = 0.40$  m/s<sup>2</sup>. Per quale angolo  $\theta$  i due punti materiali collidono?

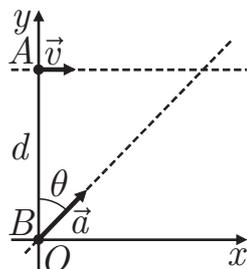
Angolo  $\theta$  [°]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 10$  g si muove, con velocità di modulo pari a  $w = 100$  cm/s, senza attrito su di un piano orizzontale. Il punto si conficca in un'asta sottile, omogenea, di massa  $M = m \left(1 + \frac{1}{1000} \xi\right)$  e lunghezza  $2l = 20$  cm, appoggiata senza altri vincoli e senza attrito sullo stesso piano orizzontale e inizialmente in quiete, rimanendovi attaccato. La velocità del punto materiale è perpendicolare all'asta e il punto d'impatto dista  $d = \frac{1}{1000} l \xi$  dall'estremità dell'asta. Trovare la velocità  $v_{G'}$  del centro di massa del sistema asta+punto dopo l'urto e la velocità angolare  $\omega$  del sistema asta+punto dopo l'urto.

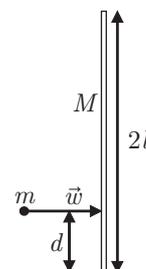
Velocità  $v_{G'}$  del centro di massa del sistema asta+punto dopo l'urto [cm/s]:

Velocità angolare  $\omega$  del sistema asta+punto dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 11       $\xi = 332$       Turno: 2    Fila: 10    Posto: 9  
 Matricola: 0000792449      Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare  $R$  del soffitto [N]:

2. Una sfera avente massa  $m = 0.7$  kg cade da un'altezza  $h = (3 + \xi)$  m. Alla distanza di  $d = 3$  m dal suolo viene frenata da una forza costante  $F_f$  fino a raggiungere il suolo con velocità nulla. Trascurando la resistenza dell'aria: (a) Calcolare l'intensità  $F_f$  della forza frenante; (b) calcolare l'intensità  $a^{(2)}$  dell'accelerazione durante la frenata.

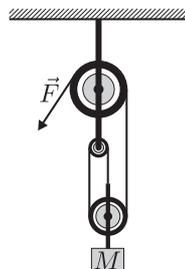
Forza frenante  $F_f$  [N]:

Accelerazione durante la frenata  $a^{(2)}$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

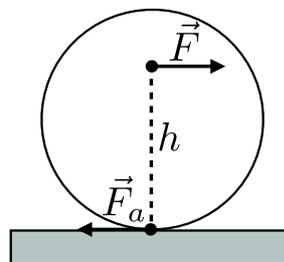
3. Si consideri una ruota a forma di disco che rotola su di un piano orizzontale. La ruota è soggetta alla forza d'attrito radente statico  $\vec{F}_a$  e a una forza costante  $\vec{F}$ . La forza  $\vec{F}$  agisce nello stesso verso della velocità del centro di massa del disco ed è applicata alla ruota in un punto a una quota  $h$  da terra, sulla verticale contenente il punto istantaneo di contatto con il terreno e il centro di massa della ruota. Se  $R$  è il raggio del disco, il moto è di puro rotolamento e tra le intensità delle due forze vale la relazione  $\|\vec{F}_a\| = \frac{1}{2} 10^{-3} \xi \|\vec{F}\|$ , determinare il rapporto  $r = \frac{h}{R}$ .

Rapporto  $r = \frac{h}{R}$  [adimensionale]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 36  
 Matricola: 0000767958

$\xi = 439$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 2 Fila: 10 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(-2x + y)\hat{i} + cx\hat{j} + 3c\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m. Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (5, \frac{1}{2}\xi, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (-2\xi, -2, \frac{2}{3}\xi)$ .

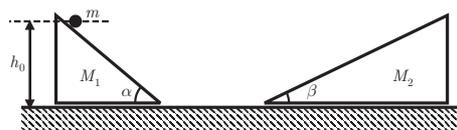
Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 100$  g è appoggiato su di un cuneo liscio, di massa  $M_1 = \frac{1}{100} \xi m$  e angolo  $\alpha = 10^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza  $h_0 = 50$  cm rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa  $M_2 = 4m$  e angolo  $\beta = 20^\circ$ , anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo.

Velocità di traslazione del cuneo [cm/s]:

Altezza raggiunta dal punto sul secondo cuneo [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 87  
 Matricola: 0000789369

$\xi = 653$   
 Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

Turno: 2 Fila: 10 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate  $(3, \xi, \frac{1}{3})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

2. Un punto materiale si trova sul ciglio di una parete alta  $h_0 = 150$  m. A distanza  $D$  da tale parete si trova una seconda parete, alta  $h_f = 50$  m (vedi figura). Il punto materiale viene lanciato con alzo  $\theta = 0.5$  rad e velocità iniziale  $v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s e raggiunge esattamente il ciglio della parete opposta. Determinare la distanza  $D$  fra le due pareti.

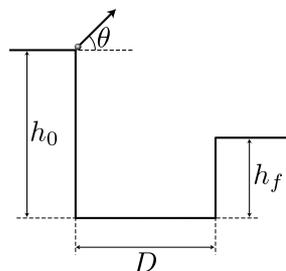
Distanza [m]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto.

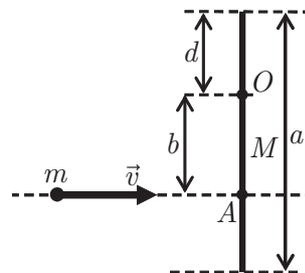
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 94

$\xi = 760$

Turno: 2 Fila: 12 Posto: 1

Matricola: 0000792915

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un rullo cilindrico omogeneo, di raggio  $r = 3$  cm e massa  $m = 100$  g, rotola senza strisciare su di un piano orizzontale, soggetto all'azione della forza costante  $\vec{F}$ , di modulo pari a  $F = \xi$  N, parallela al piano orizzontale, applicata al centro di massa del rullo e perpendicolare a al suo asse (vedi figura). Determinare l'accelerazione del centro di massa del rullo (supponendo che l'attrito volvente sia trascurabile).

Accelerazione  $[\text{m/s}^2]$ :

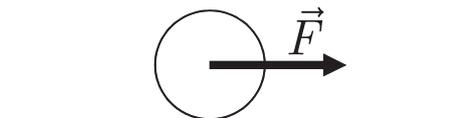
2. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione  $[\text{°}]$ :

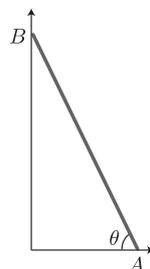
3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto A (vedi figura) di una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto O, con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto  $[\text{rad/s}]$ :

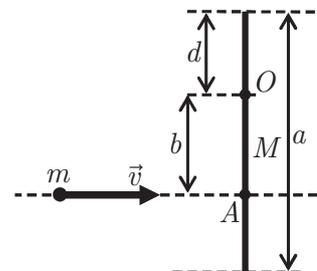
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 49       $\xi = 867$       Turno: 2    Fila: 12    Posto: 3  
 Matricola: 0000793530      Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela *privacy*]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un dardo viene lanciato orizzontalmente nella direzione del centro  $A$  di un bersaglio, alla velocità  $v_0 = 20$  m/s. Dopo un tempo  $t_1 = \frac{1}{100}\sqrt{\xi}$  s, esso si conficca nel punto  $B$ , situato sotto il centro  $A$ . Quanto vale la distanza  $\overline{AB}$ ? Quanto dista il lanciatore dal bersaglio? Si trascuri la resistenza dell'aria.

Distanza  $\overline{AB}$  [cm]:

Distanza del lanciatore dal bersaglio [m]:

2. Un disco omogeneo è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. Un punto materiale è vincolato, da un filo inestensibile e di massa trascurabile, a percorrere su di un piano orizzontale una traiettoria circolare avente raggio  $R = 1$  m. Il coefficiente di attrito dinamico con la superficie di appoggio è  $\mu = 5 \cdot 10^{-2}(1 + 10^{-2}\xi)$ . All'istante iniziale la velocità del blocco (nel SdR che ha origine nel centro della traiettoria) è  $\vec{v}_0 = \sqrt{gR}(1 + 10^{-2}\xi) \hat{j}$  m/s. Calcolare: (a) il modulo della velocità  $v_1$  quando il blocco ripassa per la prima volta per il punto di lancio; (b) il numero  $n$  di giri completi compiuti dal blocco al momento in cui si arresta.

Velocità  $v_1$  [m/s]:

Numero giri completi [adimensionale]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1

Numero progressivo: 121     $\xi = 974$     Turno: 2    Fila: 12    Posto: 6  
 Matricola: 0000806474    Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela *privacy*]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un'asta omogenea, di peso  $p = \frac{\xi}{10}$  N (vedi figura), è appoggiata su due supporti  $A$  e  $B$ , distanti, dal baricentro  $G$  dell'asta, rispettivamente  $a = 1.1$  m e  $b = \frac{\xi}{1000}$  m. Calcolare la forza d'appoggio dell'asta sul supporto  $A$ .

Forza d'appoggio sul supporto  $A$  [N]:

2. Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega = 10$  s<sup>-1</sup> attorno a un asse normale a essa, passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale può scorrere una massa puntiforme  $m = 1$  kg, a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k = 100(2 + 10^{-2}\xi)$  N/m e lunghezza a riposo  $L = 1$  m. L'altro estremo della molla è fissato all'asse di rotazione della piattaforma. Determinare la deformazione  $\Delta L$  della molla se la massa puntiforme ha velocità radiale nulla (si consideri la deformazione  $\Delta L$  positiva se la molla è allungata rispetto alla lunghezza a riposo, negativa se la molla è accorciata).

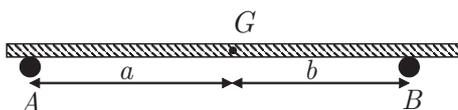
Deformazione della molla  $\Delta L$  [m]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000}\xi r$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare del disco subito dopo l'urto.

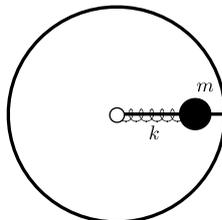
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare del disco subito dopo l'urto [rad/s]:

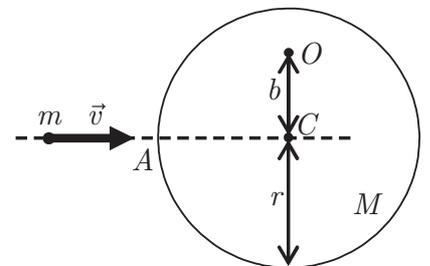
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 131

$\xi = 111$

Turno: 2 Fila: 12 Posto: 9

Matricola: 0000789107

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = \frac{2}{3}x^2y^2\hat{i} + xyz\hat{j} - x^3\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

2. Un uomo di massa  $m_1$  si trova inizialmente in quiete al centro di un carrello ferroviario rettangolare, il quale può scorrere senza attrito lungo un binario. Il carrello ha massa  $m_2 = 5m_1$ , lunghezza  $L = 2(3 + 10^{-2}\xi)$  m (nella direzione parallela al binario), e si trova anch'esso inizialmente in quiete. A un certo istante l'uomo si sposta sul carrello in direzione parallela al binario, fino a raggiungere un'estremità del carrello. Trovare lo spostamento  $\Delta s$  del carrello, considerando l'uomo come puntiforme.

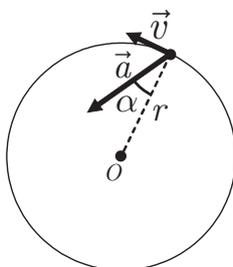
Spostamento carrello  $\Delta s$  [m]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3$  m, con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000}\xi$  rad con la direzione radiale centripeta  $\hat{n}$  e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10$  m/s. Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 7

$\xi = 218$

Turno: 2 Fila: 12 Posto: 12

Matricola: 0000792805

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con il medesimo coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

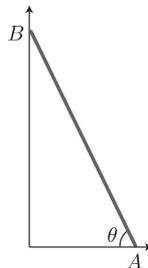
2. Si vuole mettere un satellite artificiale, di massa  $m_{\text{sat}} = 120$  kg, in orbita circolare attorno alla Terra, a una quota  $d = (40000 + 100 \xi)$  km sul livello del mare. Che velocità deve avere il satellite una volta raggiunta l'orbita? (Si prenda la massa della Terra pari a  $M_t = 6 \cdot 10^{24}$  kg e il raggio terrestre pari a  $R_t = 6350$  km).

Velocità [m/s]:

3. Un'asta rigida omogenea  $AB$ , di massa  $m = 4$  kg e lunghezza  $l = \left(78 + \frac{\xi}{2}\right)$  cm, ruota attorno a un asse  $u$ , passante per l'estremo  $A$  e formante un angolo  $\alpha = 30^\circ$  con l'asta stessa. Calcolare il momento d'inerzia dell'asta rispetto a tale asse.

Momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1

Numero progressivo: 29  
 Matricola: 0000801474

$\xi = 325$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 2 Fila: 12 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto (N.B.: la carrucola più a sinistra nella figura è fissata a una parete, non appesa al soffitto).

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

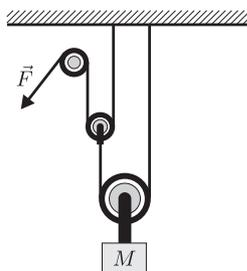
2. Il disco sottile mostrato nella figura ha raggio  $R = \xi$  m e densità superficiale di massa  $\sigma(r) = \sigma_0 + cr$ , dove  $c = 5 \text{ kg/m}^3$  e  $\sigma_0 = 4 \text{ kg/m}^2$ . Determinare il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse perpendicolare al disco e passante per il centro del disco stesso.

momento d'inerzia  $[\text{kg m}^2]$ :

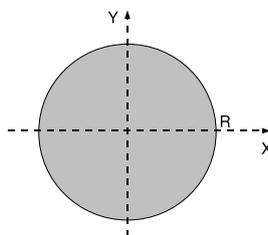
3. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  si muove in un piano verticale, appeso a un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l$ , vincolato in un punto fisso  $O$ . Se il punto  $P$ , lanciato parallelamente al suolo, ha una velocità iniziale di norma maggiore di  $\|\vec{v}_A^{(f)}\| = \frac{500+\xi}{200}$  m/s, esso raggiunge la quota massima della traiettoria circolare in figura. Si determini la minima norma della velocità  $\|\vec{v}_A^{(s)}\|$  con cui deve essere lanciato, parallelamente al suolo, lo stesso punto  $m$  per raggiungere la quota massima della traiettoria nel caso in cui il filo venga sostituito da una sbarretta indeformabile, di densità uniforme, massa pari a  $M = \frac{1}{200} m\xi$  e lunghezza  $l$ , libera di ruotare attorno a  $O$ .

Velocità minima  $\|\vec{v}_A\|$  [m/s]:

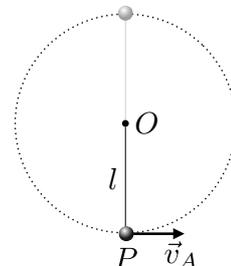
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 22

$\xi = 432$

Turno: 2 Fila: 14 Posto: 1

Matricola: 0000792523

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dati i vettori  $\vec{v}_1 = (\hat{j} + 2\hat{k})$  m,  $\vec{v}_2 = (-\hat{j} + 3\hat{k})$  m e  $\vec{v}_3 = (\xi\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k})$  m, dove  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  sono i 3 versori ortonormali diretti rispettivamente come gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di una terna cartesiana di riferimento, determinare il volume del parallelepipedo di cui i 3 vettori formano gli spigoli che spiccano dall'origine  $O$  del sistema di coordinate.

Volume [ $\text{m}^3$ ]:

2. Un tubo omogeneo di spessore trascurabile è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

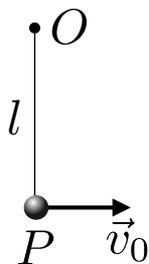
Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [ $^\circ$ ]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, saldato a un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolata in un punto fisso  $O$ . Quando l'asticella è disposta in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5}\xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 95  
 Matricola: 0000765505

$\xi = 646$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 2 Fila: 14 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = xy\hat{i} - yz\hat{j} + 3x^2y\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

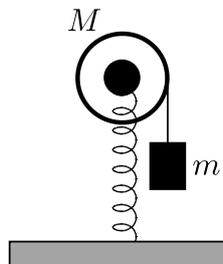
2. Il vettore posizionale di un punto materiale mobile  $P(t)$  è dato, in funzione del tempo, dall'espressione vettoriale:  $P(t) - O = \vec{r}(t) = \alpha \frac{t^3}{3} \hat{i} + \beta \frac{t^2}{\sqrt{2}} \hat{j} + \gamma(t - t_1) \hat{k}$ , dove  $\alpha = 1 \text{ m/s}^3$ ,  $\beta = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 1 \text{ m/s}$  e  $t_1 = \frac{2}{100} \xi \text{ s}$ . Determinare la distanza  $\Delta s$  percorsa dal punto materiale lungo la traiettoria nell'intervallo di tempo  $[0, t_1]$ .

Distanza  $\Delta s$  lungo la traiettoria [m]:

3. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito da un blocco di massa  $m$ , fissato a un cavo ideale, a sua volta avvolto attorno a una carrucola cilindrica omogenea, di massa  $M = 2m = (1 + 10^{-2}\xi) \text{ kg}$ , libera di ruotare attorno al proprio asse. L'asse della carrucola è montato su di una molla di costante elastica  $k = 50 \text{ N/m}$ . Determinare la deformazione della molla  $\Delta l$ , durante la discesa della massa  $m$ .

Deformazione  $\Delta l$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 73

$\xi = 753$

Turno: 2 Fila: 14 Posto: 6

Matricola: 0000801190

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema meccanico rappresentato nella figura (*verricello semplice*) costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  dotato di due scanalature, poste a distanza  $r_1$  e  $r_2 = r_1(2 + 10^{-2}\xi)$  dall'asse del disco (con  $r_1 < r_2$ ), all'interno delle quali può essere avvolto un filo. Nell'ipotesi in cui una massa  $m$  sia sospesa a un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura esterna e il dispositivo sia sospeso a sua volta mediante un filo inestensibile di massa trascurabile avvolto nella scanalatura interna, determinare il rapporto delle masse  $\rho = \frac{M}{m}$  affinché il disco sia in equilibrio.

Rapporto  $\rho = \frac{M}{m}$  [adimensionale]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

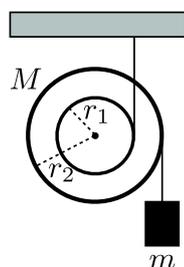
$\|\vec{c}\|$ :

$\varphi$  [rad]:

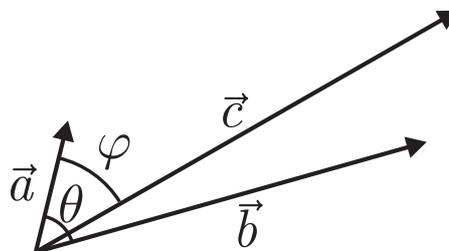
3. La posizione iniziale di un pendolo — costituito da un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $l$  cui è sospeso un punto materiale di massa  $m$  — forma un angolo  $\alpha$  con la verticale. Determinare l'angolo  $\alpha$  in modo che la tensione del filo nel punto più basso della traiettoria sia, in modulo, pari a  $\|\vec{R}\| = (2 + 10^{-3}\xi) mg$ .

Angolo  $\alpha$  [°]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 42

$\xi = 860$

Turno: 2 Fila: 14 Posto: 9

Matricola: 0000792984

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2 + xyz$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, 2, 3)$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

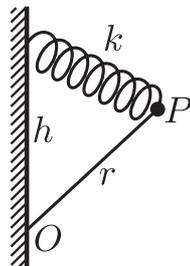
2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{200} \xi$  N è situato all'estremità di una sbarretta indeformabile, di peso trascurabile e lunghezza  $r = 0.1$  m (vedi figura). L'estremità opposta della sbarra è incernierata in  $O$  a una parete verticale in modo tale che la sbarra stessa si possa muovere soltanto in senso verticale. A una distanza  $h = 0.2$  m da  $O$ , verticalmente sopra al punto, è fissato l'estremo di una molla, di costante elastica pari a  $k = 50$  N/m e lunghezza a riposo pari a  $l_0 = 0.1$  m. La molla è fissata al punto materiale nel suo estremo opposto. Determinare, all'equilibrio statico, l'allungamento  $\Delta l$  della molla.

Allungamento  $\Delta l$  della molla [m]:

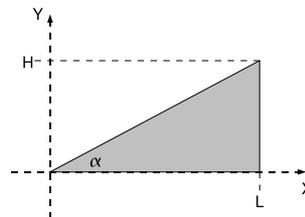
3. Data la lastra a forma di triangolo rettangolo mostrata nella figura, omogenea e di massa  $m = \xi$  g, alta  $H = 10$  cm e con l'angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  rad, determinarne il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 90  
 Matricola: 0000794360

$\xi = 967$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 14 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^3$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>3</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. Una sfera omogenea è fatta rotolare lungo un piano inclinato in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4} \xi$ .

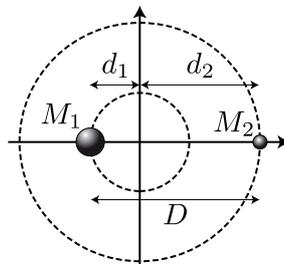
Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. Un sistema binario è costituito da due stelle che si muovono su orbite circolari, a distanza rispettivamente  $d_1 = 8 \cdot 10^4$  km e  $d_2 = 6 \cdot 10^5$  km dal centro di rivoluzione del sistema, con un periodo  $T = \xi$  giorni. Determinare le masse delle due stelle.

Massa della stella più massiva  $M_1$  [kg]:

Massa della stella meno massiva  $M_2$  [kg]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 18       $\xi = 104$       Turno: 2    Fila: 14    Posto: 14  
 Matricola: 0000793301      Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una sbarra rigida di peso trascurabile e lunghezza pari a  $l = 30$  cm è sospesa al soffitto tramite due cavi inestensibili (vedi figura), entrambi di lunghezza  $h = 20$  cm e peso trascurabile, applicati alla sbarra a distanze (misurate a partire dall'estremo sinistro) pari rispettivamente ad  $a_1 = 0$  e  $a_2 = \frac{2}{3}l$ . Alla sbarra sono inoltre appese tre massette di peso  $p_1 = \frac{1}{500}\xi$  N,  $p_2 = 5$  N e  $p_3 = 10^{-6}\xi^2$  N a distanze rispettivamente di  $b_1 = \frac{1}{3}l$ ,  $b_2 = \frac{2}{3}l$  e  $b_3 = l$  (misurate a partire dall'estremo sinistro della sbarra). Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico, le tensioni dei due cavi.

Tensione del cavo sinistro  $T_1$  [N]:

Tensione del cavo destro  $T_2$  [N]:

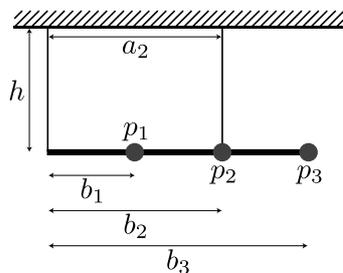
2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = cy^2z\hat{i} + 2cxyz\hat{j} + cxy^2\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m<sup>3</sup>. Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (1, 1, \xi)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2\xi, \frac{1}{3})$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

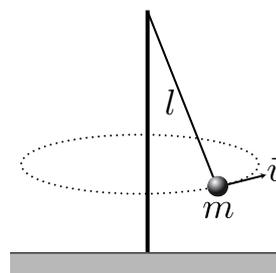
3. Un punto materiale di massa  $m$  è sospeso a un'asta verticale, mediante un filo inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza  $l = \frac{100+\xi}{200}$  m. Si calcoli con quale velocità  $v = \|\vec{v}\|$  il punto può ruotare attorno all'asta, su di una traiettoria circolare di raggio  $R = \frac{1}{2}l$ , parallela a terra.

Velocità  $\|\vec{v}\|$  del punto materiale [m/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 98

$\xi = 211$

Turno: 2 Fila: 16 Posto: 1

Matricola: 0000733877

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = 3x\hat{i} + xyz\hat{j} + x\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

2. Una ruota di massa  $M = 10$  kg (vedi figura), il cui momento di inerzia, rispetto al proprio asse vale  $I_o = \frac{M}{2}(r^2 + R^2)$  con  $R = 50$  cm e  $r = \frac{1}{2000}\xi R$ , viene lanciata su di un piano orizzontale, in presenza di attrito dinamico. All'istante del lancio la velocità del centro di massa della ruota ha modulo  $v_0 = 10$  m/s e la ruota ha soltanto moto traslatorio. Se  $t_r$  è l'istante in cui il moto diventa di puro rotolamento, determinare il rapporto  $\rho = \frac{v_G(t_r)}{v_0}$  fra il modulo della velocità del centro di massa della ruota in tale istante e il modulo della velocità iniziale del centro di massa.

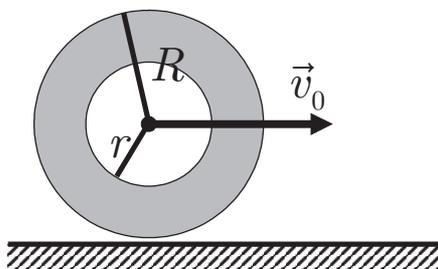
Rapporto  $\rho$  [adimensionale]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 4$  kg è vincolato a muoversi lungo una guida rettilinea orizzontale fissa. Al tempo  $t = 0$  s il punto materiale ha velocità  $v(0) = v_0 = \frac{1}{10}\xi$  m/s. Il punto materiale è soggetto a una forza avente la stessa direzione della velocità, verso opposto e modulo proporzionale alla radice quadrata del modulo della velocità, essendo  $k = \xi$  m $^{\frac{1}{2}}$  kg s $^{-\frac{3}{2}}$  la costante di proporzionalità. Trovare il tempo necessario affinché il punto si arresti e la distanza percorsa dal punto [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ ].

Tempo di arresto [s]:

Distanza percorsa [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s $^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m $^3$  kg $^{-1}$ s $^{-2}$ .]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 129     $\xi = 318$     Turno: 2    Fila: 16    Posto: 3  
 Matricola: 0000801512    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a muoversi su di una guida rettilinea. Al tempo  $t = 0$  il punto materiale si trova in quiete. Se il punto accelera con accelerazione  $a(t) = kt^2$ , dove  $k = \frac{1}{1000} \xi \text{ m/s}^4$ , trovare la velocità raggiunta e lo spazio percorso al tempo  $t = \frac{1}{50} \xi \text{ s}$ .

Velocità raggiunta [m/s]:

Spazio percorso [m]:

2. Due blocchi sono collegati tra loro da una funicella inestensibile di massa trascurabile, libera di scorrere senza attrito nella scanalatura sottile di una carrucola cilindrica omogenea. Nell'ipotesi che i blocchi abbiano massa  $m_1 = m$  e  $m_2 = \rho m$  e che la carrucola abbia massa  $M = 2m(1 + 10^{-2}\xi)$ , determinare il valore di  $\rho$  affinché il blocco di massa  $m_2$  cada con un'accelerazione pari a  $\frac{1}{6}g$ .

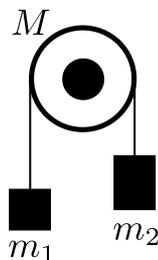
Rapporto  $\rho = \frac{m_2}{m_1}$  [adimensionale]:

3. Un filo sottile e inestensibile, di massa trascurabile, è avvolto attorno a un rullo cilindrico pieno, di massa  $m = 100 \text{ g}$  e raggio  $r = 2 \text{ cm}$ . Il filo passa nella gola di una carrucola di massa trascurabile e priva di attrito e sostiene un blocco di massa  $M = 50 \text{ g}$ . Il cilindro rotola senza strisciare su di un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$ . Determinare: (a) l'accelerazione del cilindro; (b) la tensione del filo.

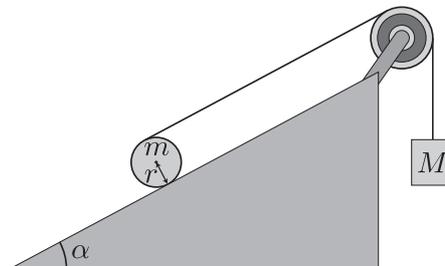
Accelerazione del cilindro [ $\text{m/s}^2$ ]:

Tensione del filo [N]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

---

Numero progressivo: 37       $\xi = 425$       Turno: 2    Fila: 16    Posto: 6  
Matricola: 0000793074      Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2 \hat{i} + xy \hat{j} + xyz \hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

---

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

---

2. Dato il disco sottile e omogeneo di raggio  $R = \xi$  m e massa  $m = 200$  g, mostrato nella figura, calcolarne il momento d'inerzia rispetto a un suo diametro.

---

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

---

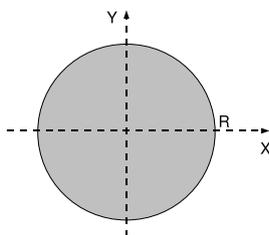
3. In una predefinita terna cartesiana ortogonale, di versori  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , un punto materiale si muove con velocità  $\vec{v}(t) = 3c_1 t^3 \hat{i} + 5c_2 t \hat{j}$ , dove  $c_1 = \xi$  m/s<sup>4</sup> e  $c_2 = 0.2$  m/s<sup>2</sup>. Trovare il raggio di curvatura della traiettoria nella posizione in cui si trova il punto materiale al tempo  $t = 1$  s.

---

Raggio di curvatura [m]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

---

Numero progressivo: 14

$\xi = 639$

Turno: 2 Fila: 16 Posto: 9

Matricola: 0000792527

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

---

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

---

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

---

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

---

2. Un disco in quiete, all'istante  $t = 0$  inizia a ruotare attorno al proprio asse, con accelerazione angolare costante pari a  $\dot{\omega} = 2 \text{ rad/s}^2$ . Determinare la norma dell'accelerazione  $\|\vec{a}\|$  di un punto  $P$  situato sul disco, a distanza  $r = 5 \text{ m}$  dall'asse, nell'istante  $t = \frac{1}{10} \xi \text{ s}$ .

---

Norma  $\|\vec{a}\|$  dell'accelerazione del punto  $P$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

---

3. Un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l = 100 \text{ cm}$  reca agli estremi due masse puntiformi:  $m_1 = 10^{-3}\xi m$  ed  $m_2 = (1 - 10^{-3}\xi) m$ . L'asta è posta in rotazione con una certa velocità angolare attorno a un asse, a essa ortogonale, passante per il punto dell'asta che si trova a distanza  $x$  dalla massa  $m_1$ . Sapendo che il sistema è soggetto a una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di  $x$  affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

---

Distanza  $x$  [cm]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]

Numero progressivo: 116

$\xi = 746$

Turno: 2 Fila: 16 Posto: 12

Matricola: 0000789215

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

2. La lastra rettangolare mostrata nella figura ha base  $l = \frac{1}{20} \xi$  m e altezza  $h = 10$  m. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1xy$ , dove  $c_0 = 3$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 8$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ordinate.

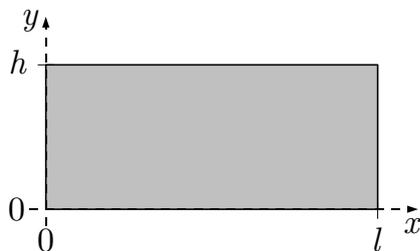
Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, appeso a un filo, inestensibile ma flessibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolato in un punto fisso  $O$ . Quando il filo è disposto in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

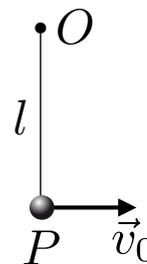
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 99  
 Matricola: 0000692097

$\xi = 853$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 16 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

2. Uno yo-yo è costituito da un cilindro omogeneo scanalato, di raggio  $R = 7$  cm e massa  $m = 100$  g (scanalatura di larghezza trascurabile), sulla cui gola, di raggio  $r = (2 + \frac{1}{200}\xi)$  cm, è avvolto uno spago, fissato, all'altra estremità, al soffitto. Calcolare l'accelerazione dello yo-yo.

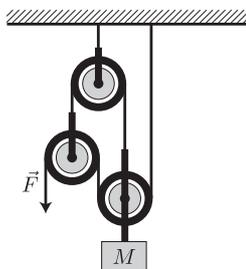
Accelerazione [ $\text{m/s}^2$ ]:

3. (a) Attorno a un pianeta, di massa  $M = 10^{24}$  kg, è posto, in un'orbita circolare di raggio  $r_1$ , un satellite di massa  $m = 100$  kg. Sapendo che il satellite ha un periodo di rivoluzione attorno al pianeta pari a  $T_1 = \xi$  h, determinare l'energia totale del satellite (considerando nulla l'energia potenziale a distanza infinita dal pianeta). (b) A un certo punto si azionano i motori e il satellite passa su di un'altra orbita circolare con distanza dal centro del pianeta pari a  $r_2 = \frac{2}{3}r_1$ . Quanto vale il nuovo periodo di rivoluzione  $T_2$ ?

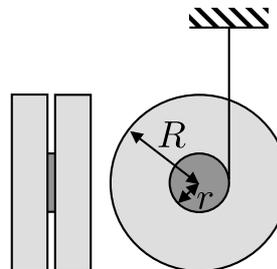
Energia totale [J]:

Nuovo periodo [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 27  
 Matricola: 0000788945

$\xi = 960$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 2 Fila: 18 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una persona, di peso  $p = 800$  N, si trova su di una bilancia pesapersona all'interno di un ascensore che si muove verso l'alto con accelerazione costante di norma  $\|\vec{a}_0\| = \frac{100+\xi}{4000} g$ . Se la bilancia è costruita come un dinamometro, opportunamente tarato, che misura la deformazione di una molla ideale, qual è il peso della persona indicato dalla bilancia all'interno dell'ascensore?

Peso  $p$  indicato dalla bilancia [N]:

2. Un punto materiale di massa  $m$  viene lanciato lungo il profilo rigido e liscio di raggio  $R = (1 + 10^{-2}\xi)$  m mostrato in figura, con una velocità iniziale di modulo  $v_0 = \sqrt{(3 + 10^{-3}\xi) g R}$ . Determinare in quale punto del profilo la reazione vincolare è nulla (si determini la quota  $h$  di tale punto da terra).

Quota  $h$  [m]:

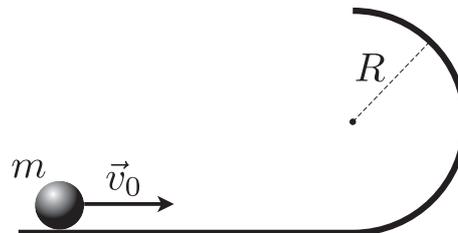
3. Il vettore posizionale  $\vec{r}(t) = \overline{P(t) - O}$  di un punto materiale in moto  $P(t)$  si modifica nel tempo secondo la legge  $\vec{r}(t) = C_1 t^3 \hat{i} + C_2 t^2 \hat{j}$ , essendo  $C_1 = 1$  m/s<sup>3</sup> e  $C_2 = \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 2$  s.

Raggio di curvatura  $\rho$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 1  
 Matricola: 0000800941

$\xi = 97$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 2 Fila: 18 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità  $v_0 = 100$  m/s, a un angolo  $\theta = \frac{9}{100}\xi^\circ$  rispetto alla verticale. Calcolare il raggio di curvatura del punto materiale subito dopo il lancio.

Raggio di curvatura [m]:

2. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito di due blocchi di massa  $m$  e  $M$ , in cui  $m = \frac{1}{2}M$ . Il blocco  $M$  si muove orizzontalmente con accelerazione costante, di norma  $\|\vec{a}\| = \frac{1}{2}g$ . Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico fra le superfici a contatto vale  $\mu = \frac{1}{4}$  e che la tensione del cavo fissato a  $m$  ha intensità pari a  $\|\vec{T}\| = \frac{500+\xi}{1000}$  N, si determini l'intensità della forza  $\vec{F}$ .

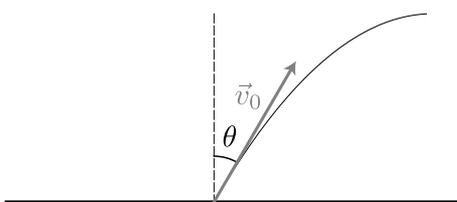
Intensità  $F$  della forza  $\vec{F}$  [N]:

3. Una sfera rigida, omogenea, di centro  $A$ , raggio  $R = 4$  cm e massa  $M = 250$  g, inizialmente in quiete, è urtata da un'altra sfera rigida, omogenea, di centro  $B$ , raggio  $r = 3$  cm e massa  $m = 100$  g, che un attimo prima dell'urto trasla con una velocità nota  $\vec{w}$  di modulo pari a  $w = 100$  cm/s. L'urto è perfettamente elastico e non c'è attrito tra le superfici delle due sfere. Se la distanza di  $A$  dalla retta passante per  $B$  e parallela a  $\vec{w}$  subito prima dell'urto è pari a  $d = \frac{7\xi}{1000}$  cm (vedi figura), determinare gli angoli  $\alpha$  ( $\in [0, 90^\circ[$ ) e  $\beta$  ( $\in [0, 180^\circ]$ ) che le velocità delle due sfere formano con quella iniziale  $\vec{w}$  della sfera  $B$ .

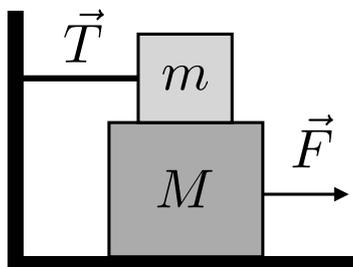
Angolo  $\alpha$  (sfera  $A$ ) [ $^\circ$ ]:

Angolo  $\beta$  (sfera  $B$ ) [ $^\circ$ ]:

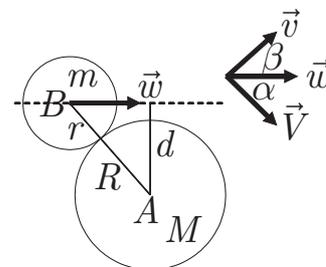
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 78  
 Matricola: 0000794215

$\xi = 204$   
 Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

Turno: 2 Fila: 18 Posto: 6

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^4$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>4</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

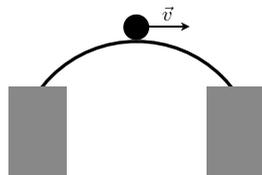
2. Uno sciatore si trova fermo nel punto mediano di un ponte avente raggio di curvatura  $\rho = 2(1 + 10^{-2}\xi)$  m (vedi figura). Sia  $R_n^{(0)}$  il modulo della reazione vincolare che deve esercitare il ponte in queste condizioni. Determinare il rapporto  $r = \frac{R_n}{R_n^{(0)}}$  dove  $R_n$  è la reazione vincolare che deve esercitare il ponte quando lo stesso sciatore transita per il suo punto mediano con moto uniforme e velocità di modulo  $v = (1 + 10^{-2}\xi)$  m/s.

Rapporto  $r = \frac{R_n}{R_n^{(0)}}$  [adimensionale]:

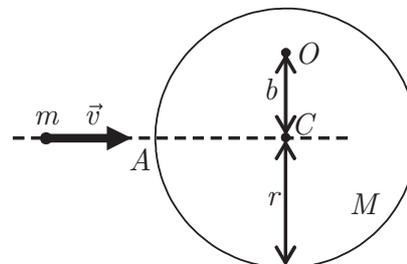
3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto A (vedi figura) di un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto O, con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare e la velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 130  
 Matricola: 0000793086

$\xi = 967$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 2 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un grave si trova a un certo istante alla quota  $h = 210$  m rispetto alla superficie terrestre, con velocità di modulo  $v_0 = 50$  m/s e direzione che forma un angolo  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$  rispetto alla verticale discendente (vedi figura). Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria in tale istante.

Raggio di curvatura [m]:

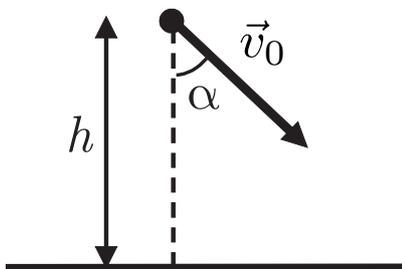
2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $L = \frac{1}{30} \xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 x$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>3</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

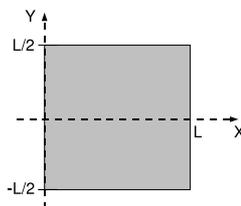
3. In astronomia, il termine *galassia* designa un sistema, legato dalla forza di gravità e costituito da stelle, gas interstellare, polveri e, probabilmente, da un tipo di materia ancora sconosciuto — denominato *materia oscura* — in grado di interagire soltanto gravitazionalmente e non osservabile direttamente tramite emissione elettromagnetica (mediante telescopi, radiotelescopi, ecc.). Si schematizzi la galassia nella figura con un nucleo sferico centrale (denominato *bulge*), omogeneo, di densità  $\rho = 10^{-25}$  g/cm<sup>3</sup> (densità della materia ordinaria) e raggio  $R = 1$  kpc, e un disco attorno a esso di massa trascurabile. Sapendo che è stata misurata la velocità di rotazione delle stelle (si ipotizzi un'orbita circolare) e che, a una distanza  $r = 10$  kpc dal centro, essa è risultata pari a  $v_s = (800 + 3\xi)$  m/s, si valuti il rapporto tra la massa totale  $M$  (materia oscura + materia ordinaria) e la massa della sola materia ordinaria  $M_g$  affinché la galassia sia un sistema stabile e non si disgreghi. [1 pc =  $3.08568025 \cdot 10^{16}$  m].

Rapporto  $M/M_g$  [numero puro]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 30

$\xi = 104$

Turno: 3 Fila: 2 Posto: 3

Matricola: 0000723350

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare  $R$  del soffitto [N]:

2. Un punto materiale si muove su di un piano. A partire da un certo istante  $t = 0$ , le norme della velocità e dell'accelerazione diminuiscono con il tempo secondo le leggi:  $v(t) = \frac{L}{t+T}$  e  $a(t) = \frac{kL}{(t+T)^2}$ , dove  $L = \xi$  m,  $T = 2$  s e  $k = 1 + \frac{1000}{\xi}$  (numero puro). Trovare: (a) lo spostamento del punto materiale, misurato lungo la traiettoria, dopo  $\xi$  s; (b) il raggio di curvatura della traiettoria, dopo  $\xi$  s.

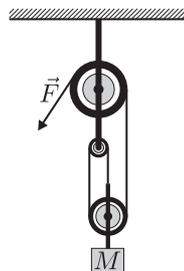
Spostamento lungo la traiettoria [m]:

Raggio di curvatura [m]:

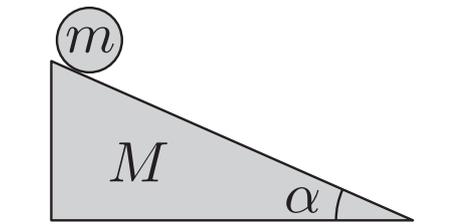
3. Un rullo cilindrico omogeneo, di massa  $m = 1$  kg, rotola senza strisciare, con l'asse parallelo alle isoipse e in assenza di attrito volvente, lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{4}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione [ $\text{m/s}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 88  
 Matricola: 0000807494

$\xi = 211$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 3 Fila: 2 Posto: 6

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate  $(3, \xi, \frac{1}{3})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

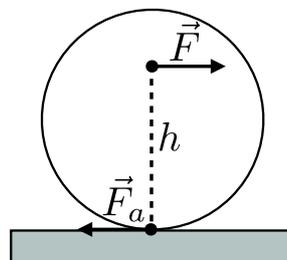
2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(-2x + y)\hat{i} + cx\hat{j} + 3c\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m. Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (5, \frac{1}{2}\xi, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (-2\xi, -2, \frac{2}{3}\xi)$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Si consideri una ruota a forma di disco che rotola su di un piano orizzontale. La ruota è soggetta alla forza d'attrito radente statico  $\vec{F}_a$  e a una forza costante  $\vec{F}$ . La forza  $\vec{F}$  agisce nello stesso verso della velocità del centro di massa del disco ed è applicata alla ruota in un punto a una quota  $h$  da terra, sulla verticale contenente il punto istantaneo di contatto con il terreno e il centro di massa della ruota. Se  $R$  è il raggio del disco, il moto è di puro rotolamento e tra le intensità delle due forze vale la relazione  $\|\vec{F}_a\| = \frac{1}{2} 10^{-3}\xi \|\vec{F}\|$ , determinare il rapporto  $r = \frac{h}{R}$ .

Rapporto  $r = \frac{h}{R}$  [adimensionale]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 26  
 Matricola: 0000658179

$\xi = 318$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 3 Fila: 2 Posto: 9

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2y\hat{i} + xy\hat{j} - xyz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

2. Un punto materiale si trova sul ciglio di una parete alta  $h_0 = 150$  m. A distanza  $D$  da tale parete si trova una seconda parete, alta  $h_f = 50$  m (vedi figura). Il punto materiale viene lanciato con alzo  $\theta = 0.5$  rad e velocità iniziale  $v_0 = \frac{1}{100}\xi$  m/s e raggiunge esattamente il ciglio della parete opposta. Determinare la distanza  $D$  fra le due pareti.

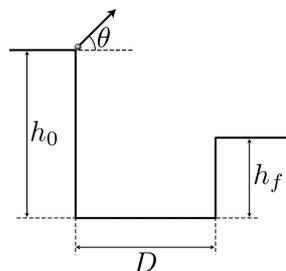
Distanza [m]:

3. Un cubetto, di massa  $m = 1$  g, è posto all'interno di un imbuto che ruota attorno al proprio asse, disposto verticalmente (vedi figura), con frequenza pari a  $\nu$  s<sup>-1</sup> (cioè  $\nu$  giri/s). Le pareti dell'imbuto sono inclinate di un angolo  $\theta = 60^\circ$  rispetto alla verticale, il coefficiente di attrito statico tra cubetto e imbuto è pari a  $f = \frac{1}{1000}\xi$  e il centro del cubetto si trova a una distanza  $r = 5$  cm dall'asse dell'imbuto. Quali sono i valori minimo e massimo della frequenza di rotazione  $\nu$  per i quali il cubetto non si muove rispetto all'imbuto?

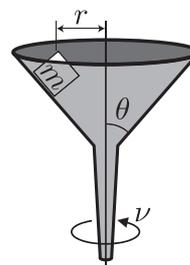
Frequenza minima [s<sup>-1</sup>]:

Frequenza massima [s<sup>-1</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 5  
 Matricola: 0000792652

$\xi = 425$   
 Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

Turno: 3 Fila: 2 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un dardo viene lanciato orizzontalmente nella direzione del centro  $A$  di un bersaglio, alla velocità  $v_0 = 20$  m/s. Dopo un tempo  $t_1 = \frac{1}{100}\sqrt{\xi}$  s, esso si conficca nel punto  $B$ , situato sotto il centro  $A$ . Quanto vale la distanza  $\overline{AB}$ ? Quanto dista il lanciatore dal bersaglio? Si trascuri la resistenza dell'aria.

Distanza  $\overline{AB}$  [cm]:

Distanza del lanciatore dal bersaglio [m]:

2. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000}\xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000}\xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000}\xi) a$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto.

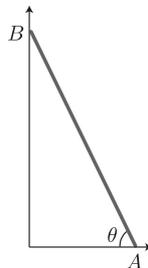
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare della sbarra subito dopo l'urto [rad/s]:

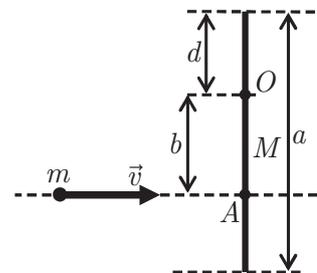
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 56

$\xi = 639$

Turno: 3 Fila: 2 Posto: 14

Matricola: 0000789712

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un'asta omogenea, di peso  $p = \frac{\xi}{10}$  N (vedi figura), è appoggiata su due supporti  $A$  e  $B$ , distanti, dal baricentro  $G$  dell'asta, rispettivamente  $a = 1.1$  m e  $b = \frac{\xi}{1000}$  m. Calcolare la forza d'appoggio dell'asta sul supporto  $A$ .

Forza d'appoggio sul supporto  $A$  [N]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

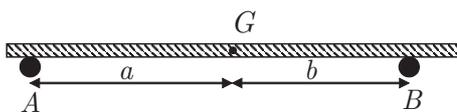
$\|\vec{c}\|$ :

$\varphi$  [rad]:

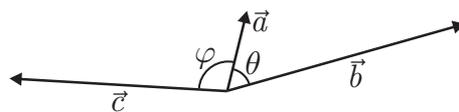
3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto  $A$  (vedi figura) di una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

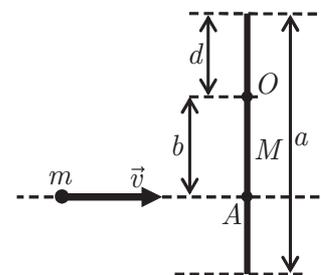
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 61  
 Matricola: 0000817153

$\xi = 746$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 3 Fila: 4 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = \frac{2}{3}x^2y^2\hat{i} + xyz\hat{j} - x^3\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{4}, 4000)$  [numero puro]:

2. Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$  attorno a un asse normale a essa, passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale può scorrere una massa puntiforme  $m = 1 \text{ kg}$ , a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k = 100(2 + 10^{-2}\xi) \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $L = 1 \text{ m}$ . L'altro estremo della molla è fissato all'asse di rotazione della piattaforma. Determinare la deformazione  $\Delta L$  della molla se la massa puntiforme ha velocità radiale nulla (si consideri la deformazione  $\Delta L$  positiva se la molla è allungata rispetto alla lunghezza a riposo, negativa se la molla è accorciata).

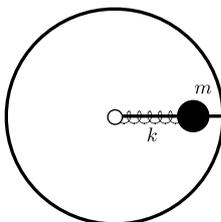
Deformazione della molla  $\Delta L$  [m]:

3. Un punto materiale è vincolato, da un filo inestensibile e di massa trascurabile, a percorrere su di un piano orizzontale una traiettoria circolare avente raggio  $R = 1 \text{ m}$ . Il coefficiente di attrito dinamico con la superficie di appoggio è  $\mu = 5 \cdot 10^{-2}(1 + 10^{-2}\xi)$ . All'istante iniziale la velocità del blocco (nel SdR che ha origine nel centro della traiettoria) è  $\vec{v}_0 = \sqrt{gR}(1 + 10^{-2}\xi)\hat{j} \text{ m/s}$ . Calcolare: (a) il modulo della velocità  $v_1$  quando il blocco ripassa per la prima volta per il punto di lancio; (b) il numero  $n$  di giri completi compiuti dal blocco al momento in cui si arresta.

Velocità  $v_1$  [m/s]:

Numero giri completi [adimensionale]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 115

$\xi = 853$

Turno: 3 Fila: 4 Posto: 3

Matricola: 0000753931

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale liscia (in assenza di attrito). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

2. Un pacco pesante, di massa  $m = 80$  kg, è trascinato su di un pavimento orizzontale mediante una fune, tesa a un angolo  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra pacco e pavimento è pari a  $\mu = 0.4$ . (a) Quale forza deve essere esercitata sulla fune affinché il moto sia uniforme? (b) Quale forza deve essere esercitata sulla fune affinché il moto sia uniformemente accelerato con accelerazione  $a = 2$  m/s<sup>2</sup>?

Forza necessaria per il moto uniforme [N]:

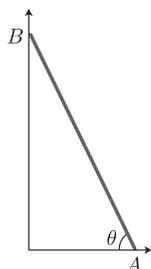
Forza necessaria per il moto uniformemente accelerato [N]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto A (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto O, con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare del disco subito dopo l'urto.

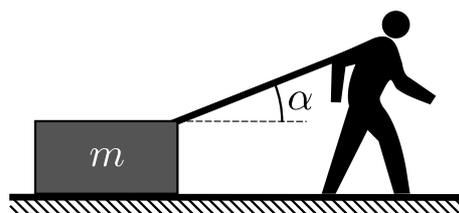
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare del disco subito dopo l'urto [rad/s]:

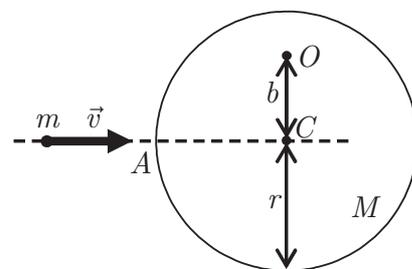
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 28

$\xi = 960$

Turno: 3 Fila: 4 Posto: 6

Matricola: 0000789308

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con il medesimo coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

2. Un uomo di massa  $m_1$  si trova inizialmente in quiete al centro di un carrello ferroviario rettangolare, il quale può scorrere senza attrito lungo un binario. Il carrello ha massa  $m_2 = 5m_1$ , lunghezza  $L = 2(3 + 10^{-2}\xi)$  m (nella direzione parallela al binario), e si trova anch'esso inizialmente in quiete. A un certo istante l'uomo si sposta sul carrello in direzione parallela al binario, fino a raggiungere un'estremità del carrello. Trovare lo spostamento  $\Delta s$  del carrello, considerando l'uomo come puntiforme.

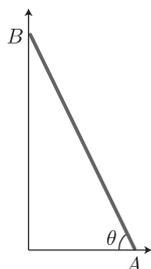
Spostamento carrello  $\Delta s$  [m]:

3. Una palla da biliardo cava, di raggio  $r = 3$  cm, massa  $m = 300$  g e momento di inerzia rispetto a un asse passante per il centro pari a  $(0.4 + 0.0002 \times \xi)mr^2$ , è colpita centralmente con una stecca (asse della stecca passante per il centro della palla), acquistando in questo modo una velocità iniziale  $v_0 = \frac{\xi}{10}$  cm/s (moto di pura traslazione). Il coefficiente di attrito radente dinamico del biliardo è  $\mu = 0.1$ , mentre l'attrito volvente è trascurabile. Calcolare (a) la velocità e (b) lo spostamento della palla nell'istante in cui essa smette di strisciare sul tavolo (cioè nell'istante in cui il moto diventa un moto di rotolamento puro).

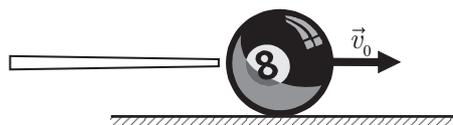
Velocità [cm/s]:

Spostamento [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 112     $\xi = 97$

Turno: 3    Fila: 4    Posto: 9

Matricola: 0000792901    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dati i vettori  $\vec{v}_1 = (\hat{j} + 2\hat{k})$  m,  $\vec{v}_2 = (-\hat{j} + 3\hat{k})$  m e  $\vec{v}_3 = (\xi\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k})$  m, dove  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  sono i 3 versori ortonormali diretti rispettivamente come gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di una terna cartesiana di riferimento, determinare il volume del parallelepipedo di cui i 3 vettori formano gli spigoli che spiccano dall'origine  $O$  del sistema di coordinate.

Volume [ $\text{m}^3$ ]:

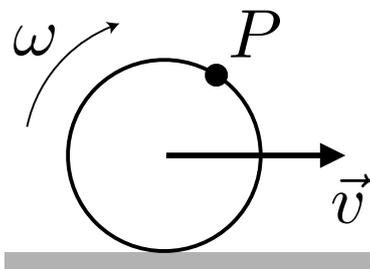
2. Si consideri la traiettoria di un punto  $P$ , situato sul bordo di un disco di raggio  $R$ , il quale ruota intorno al proprio centro  $C$  con velocità angolare  $\omega$  e trasla parallelamente al suolo con velocità  $\vec{v}$  di componente orizzontale pari a  $v_x = \left(\sqrt{\frac{500+\xi}{3000}} - 1\right)\omega R$ . Determinare il rapporto  $\frac{\rho}{R}$  essendo  $\rho$  il raggio di curvatura della traiettoria del punto  $P$  quando è massima la sua distanza dal suolo.

Rapporto  $\frac{\rho}{R}$  [ *adimensionale* ]:

3. Un'asta rigida omogenea  $AB$ , di massa  $m = 4$  kg e lunghezza  $l = \left(78 + \frac{\xi}{2}\right)$  cm, ruota attorno a un asse  $u$ , passante per l'estremo  $A$  e formante un angolo  $\alpha = 30^\circ$  con l'asta stessa. Calcolare il momento d'inerzia dell'asta rispetto a tale asse.

Momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 85

$\xi = 204$

Turno: 3 Fila: 4 Posto: 12

Matricola: 0000789102

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema meccanico rappresentato nella figura (*verricello semplice*) costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  dotato di due scanalature, poste a distanza  $r_1$  e  $r_2 = r_1(2 + 10^{-2}\xi)$  dall'asse del disco (con  $r_1 < r_2$ ), all'interno delle quali può essere avvolto un filo. Nell'ipotesi in cui una massa  $m$  sia sospesa a un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura esterna e il dispositivo sia sospeso a sua volta mediante un filo inestensibile di massa trascurabile avvolto nella scanalatura interna, determinare il rapporto delle masse  $\rho = \frac{M}{m}$  affinché il disco sia in equilibrio.

Rapporto  $\rho = \frac{M}{m}$  [adimensionale]:

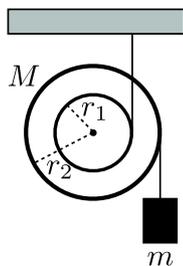
2. Un tubo omogeneo di spessore trascurabile è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

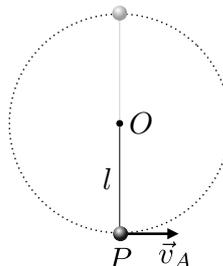
3. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  si muove in un piano verticale, appeso a un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l$ , vincolato in un punto fisso  $O$ . Se il punto  $P$ , lanciato parallelamente al suolo, ha una velocità iniziale di norma maggiore di  $\|\vec{v}_A^{(f)}\| = \frac{500+\xi}{200}$  m/s, esso raggiunge la quota massima della traiettoria circolare in figura. Si determini la minima norma della velocità  $\|\vec{v}_A^{(s)}\|$  con cui deve essere lanciato, parallelamente al suolo, lo stesso punto  $m$  per raggiungere la quota massima della traiettoria nel caso in cui il filo venga sostituito da una sbarretta indeformabile, di densità uniforme, massa pari a  $M = \frac{1}{200} m\xi$  e lunghezza  $l$ , libera di ruotare attorno a  $O$ .

Velocità minima  $\|\vec{v}_A\|$  [m/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 33  
 Matricola: 0000758632

$\xi = 311$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 3 Fila: 4 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2 + xyz$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, 2, 3)$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, 2, 3)$  [numero puro]:

2. Il vettore posizionale di un punto materiale mobile  $P(t)$  è dato, in funzione del tempo, dall'espressione vettoriale:  $P(t) - O = \vec{r}(t) = \alpha \frac{t^3}{3} \hat{i} + \beta \frac{t^2}{\sqrt{2}} \hat{j} + \gamma(t - t_1) \hat{k}$ , dove  $\alpha = 1 \text{ m/s}^3$ ,  $\beta = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 1 \text{ m/s}$  e  $t_1 = \frac{2}{100} \xi \text{ s}$ . Determinare la distanza  $\Delta s$  percorsa dal punto materiale lungo la traiettoria nell'intervallo di tempo  $[0, t_1]$ .

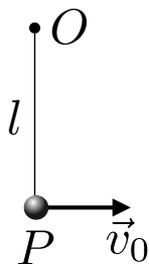
Distanza  $\Delta s$  lungo la traiettoria [m]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10 \text{ g}$ , si muove in un piano verticale, saldato a un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20 \text{ cm}$ , vincolata in un punto fisso  $O$ . Quando l'asticella è disposta in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi) \text{ cm/s}$ . Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 147

$\xi = 418$

Turno: 3 Fila: 6 Posto: 1

Matricola: 0000802889

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^3$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>3</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi$  rad. Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

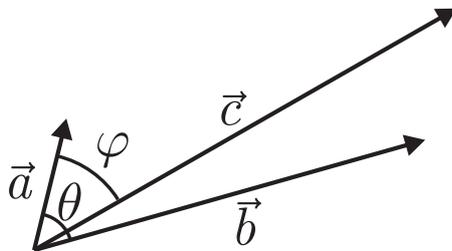
$\|\vec{c}\|$ :

$\varphi$  [rad]:

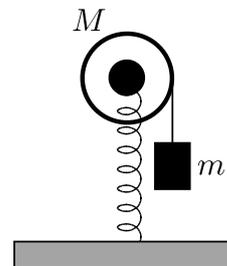
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito da un blocco di massa  $m$ , fissato a un cavo ideale, a sua volta avvolto attorno a una carrucola cilindrica omogenea, di massa  $M = 2m = (1 + 10^{-2}\xi)$  kg, libera di ruotare attorno al proprio asse. L'asse della carrucola è montato su di una molla di costante elastica  $k = 50$  N/m. Determinare la deformazione della molla  $\Delta l$ , durante la discesa della massa  $m$ .

Deformazione  $\Delta l$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 142

$\xi = 632$

Turno: 3 Fila: 6 Posto: 3

Matricola: 0000801563

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale si muove in un piano seguendo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = 2.00 \text{ m/s}^2$ . Trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = \xi \text{ s}$ , se il modulo dell'accelerazione cresce con il tempo, secondo la legge:  $a(t) = 2k\sqrt{1 + (\frac{t}{T})^4}$ , con  $T = \frac{1}{100} \xi \text{ s}$ .

Raggio di curvatura [m]:

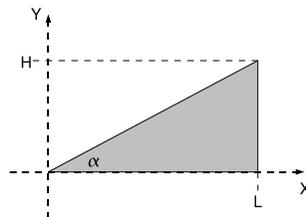
2. Una sfera omogenea è fatta rotolare lungo un piano inclinato in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4}\xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. Data la lastra a forma di triangolo rettangolo mostrata nella figura, omogenea e di massa  $m = \xi \text{ g}$ , alta  $H = 10 \text{ cm}$  e con l'angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ , determinarne il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [ $\text{kg m}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 45

$\xi = 739$

Turno: 3 Fila: 6 Posto: 6

Matricola: 0000792642

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = 3x\hat{i} + xyz\hat{j} + x\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = cy^2z\hat{i} + 2cxyz\hat{j} + cxy^2\hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^3$ . Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (1, 1, \xi)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2\xi, \frac{1}{3})$ .

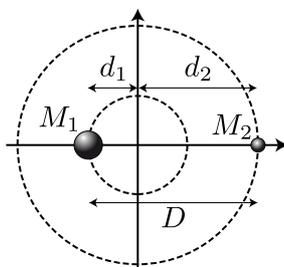
Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un sistema binario è costituito da due stelle che si muovono su orbite circolari, a distanza rispettivamente  $d_1 = 8 \cdot 10^4 \text{ km}$  e  $d_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ km}$  dal centro di rivoluzione del sistema, con un periodo  $T = \xi$  giorni. Determinare le masse delle due stelle.

Massa della stella più massiva  $M_1$  [kg]:

Massa della stella meno massiva  $M_2$  [kg]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 110

$\xi = 846$

Turno: 3 Fila: 6 Posto: 9

Matricola: 0000792912

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a muoversi su di una guida rettilinea. Al tempo  $t = 0$  il punto materiale si trova in quiete. Se il punto accelera con accelerazione  $a(t) = kt^2$ , dove  $k = \frac{1}{1000} \xi \text{ m/s}^4$ , trovare la velocità raggiunta e lo spazio percorso al tempo  $t = \frac{1}{50} \xi \text{ s}$ .

Velocità raggiunta [m/s]:

Spazio percorso [m]:

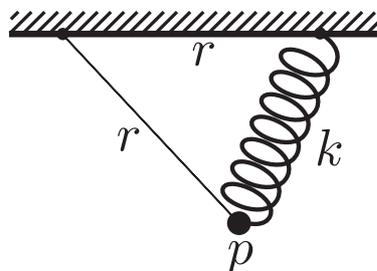
2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{10} \xi \text{ N}$  è fissato al soffitto tramite un cavo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $r = 1 \text{ m}$  e tramite una molla di lunghezza a riposo trascurabile ( $l_0 = 0 \text{ m}$ ) e costante elastica  $k = 40 \text{ N/m}$  (vedi figura). Cavo e molla sono entrambi fissati in un'estremità al soffitto (a distanza  $r$  l'uno dall'altro) e nell'altra al punto materiale. Calcolare, all'equilibrio, la distanza  $d$  del punto dal soffitto.

Distanza  $d$  del punto dal soffitto [m]:

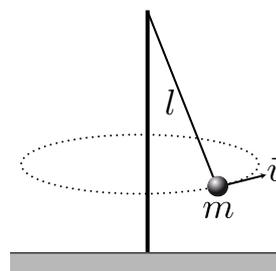
3. Un punto materiale di massa  $m$  è sospeso a un'asta verticale, mediante un filo inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza  $l = \frac{100+\xi}{200} \text{ m}$ . Si calcoli con quale velocità  $v = \|\vec{v}\|$  il punto può ruotare attorno all'asta, su di una traiettoria circolare di raggio  $R = \frac{1}{2} l$ , parallela a terra.

Velocità  $\|\vec{v}\|$  del punto materiale [m/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 136

$\xi = 953$

Turno: 3 Fila: 6 Posto: 12

Matricola: 0000788866

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2 \hat{i} + xy \hat{j} + xyz \hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

2. Una ruota di massa  $M = 10$  kg (vedi figura), il cui momento di inerzia, rispetto al proprio asse vale  $I_o = \frac{M}{2}(r^2 + R^2)$  con  $R = 50$  cm e  $r = \frac{1}{2000} \xi R$ , viene lanciata su di un piano orizzontale, in presenza di attrito dinamico. All'istante del lancio la velocità del centro di massa della ruota ha modulo  $v_0 = 10$  m/s e la ruota ha soltanto moto traslatorio. Se  $t_r$  è l'istante in cui il moto diventa di puro rotolamento, determinare il rapporto  $\rho = \frac{v_G(t_r)}{v_0}$  fra il modulo della velocità del centro di massa della ruota in tale istante e il modulo della velocità iniziale del centro di massa.

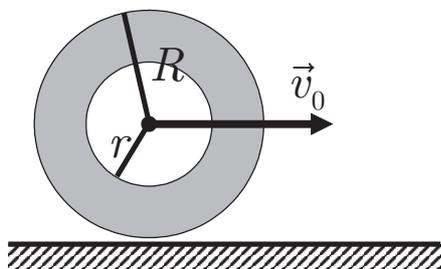
Rapporto  $\rho$  [adimensionale]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3$  m, con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000} \xi$  rad con la direzione  $\hat{v}$  della velocità e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10$  m/s. Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

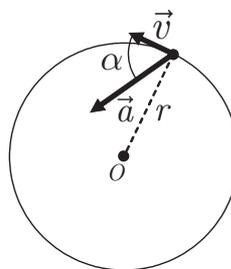
$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 127

$\xi = 90$

Turno: 3 Fila: 6 Posto: 14

Matricola: 0000800863

Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

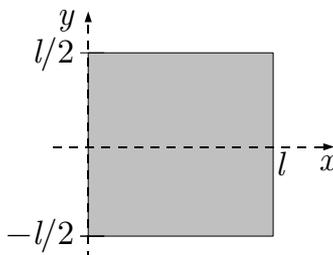
2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $l = \frac{1}{30}\xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1y^2$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse delle ordinate.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. In una predefinita terna cartesiana ortogonale, di versori  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , un punto materiale si muove con velocità  $\vec{v}(t) = 3c_1t^3\hat{i} + 5c_2t\hat{j}$ , dove  $c_1 = \xi$  m/s<sup>4</sup> e  $c_2 = 0.2$  m/s<sup>2</sup>. Trovare il raggio di curvatura della traiettoria nella posizione in cui si trova il punto materiale al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 6  
 Matricola: 0000789964

$\xi = 197$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 8 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

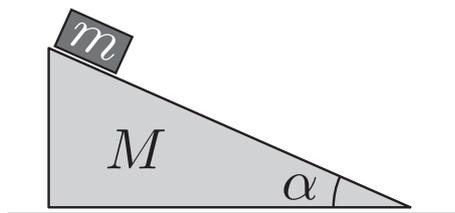
2. Un mattone di massa  $m = 1$  kg scivola senza attrito lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{8}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione  $[m/s^2]$ :

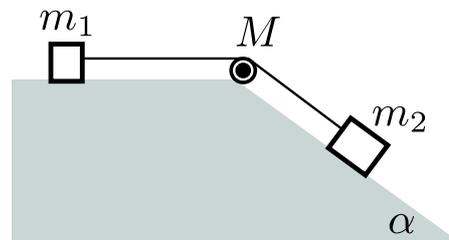
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, con  $\alpha = 30^\circ$ . Sul piano orizzontale è appoggiata una massa  $m_1 = m(1 + 10^{-2}\xi)$  mentre su quello inclinato vi è una massa  $m_2 = m$ . Le due masse sono unite da un cavo inestensibile e di massa trascurabile, avvolto a una carrucola fissa, di forma cilindrica, omogenea e di massa  $M = m$ , libera di ruotare attorno al proprio asse. Trascurando tutti gli attriti, determinare il modulo dell'accelerazione del sistema  $a_t$ .

Accelerazione  $a_t [m/s^2]$ :

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 109

$\xi = 304$

Turno: 3 Fila: 8 Posto: 3

Matricola: 0000807208

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

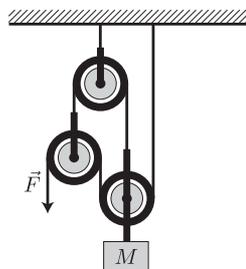
2. Un disco in quiete, all'istante  $t = 0$  inizia a ruotare attorno al proprio asse, con accelerazione angolare costante pari a  $\dot{\omega} = 2 \text{ rad/s}^2$ . Determinare la norma dell'accelerazione  $\|\vec{a}\|$  di un punto  $P$  situato sul disco, a distanza  $r = 5 \text{ m}$  dall'asse, nell'istante  $t = \frac{1}{10} \xi$  s.

Norma  $\|\vec{a}\|$  dell'accelerazione del punto  $P$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

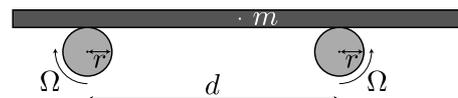
3. Una sbarra omogenea, di massa  $m = 100 \text{ g}$  e spessore trascurabile è appoggiata orizzontalmente su due rulli uguali, di raggio  $r = 2 \text{ cm}$ , con gli assi paralleli e orizzontali, situati a distanza  $d = (5 + \frac{1}{100} \xi)$  cm l'uno dall'altro. I rulli ruotano con velocità angolare costante  $\Omega = 20\pi \text{ rad/s}$  con verso opposto, nel senso indicato in figura. Detto  $\mu = 0.3$  il coefficiente di attrito dinamico tra sbarra e rulli, determinare il periodo  $T$  del moto della sbarra.

Periodo  $T$  del moto [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 17

$\xi = 411$

Turno: 3 Fila: 8 Posto: 6

Matricola: 0000789599

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità  $v_0 = 100$  m/s, a un angolo  $\theta = \frac{9}{100}\xi^\circ$  rispetto alla verticale. Calcolare il raggio di curvatura del punto materiale subito dopo il lancio.

Raggio di curvatura [m]:

2. Uno yo-yo è costituito da un cilindro omogeneo scanalato, di raggio  $R = 7$  cm e massa  $m = 100$  g (scanalatura di larghezza trascurabile), sulla cui gola, di raggio  $r = (2 + \frac{1}{200}\xi)$  cm, è avvolto uno spago, fissato, all'altra estremità, al soffitto. Calcolare l'accelerazione dello yo-yo.

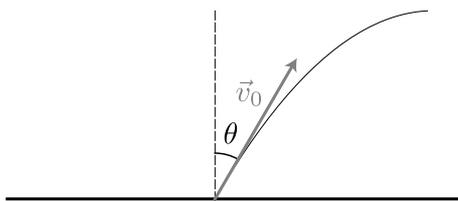
Accelerazione [ $\text{m/s}^2$ ]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10$  g, si muove in un piano verticale, appeso a un filo, inestensibile ma flessibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20$  cm, vincolato in un punto fisso  $O$ . Quando il filo è disposto in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5}\xi)$  cm/s. Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

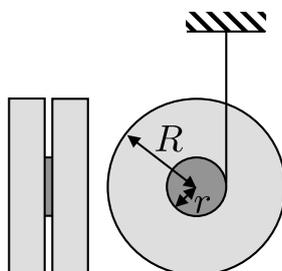
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

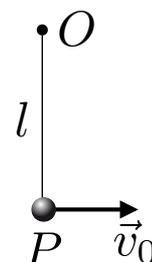
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 148

$\xi = 625$

Turno: 3 Fila: 8 Posto: 9

Matricola: 0000806830

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^4$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>4</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

2. Un punto materiale di massa  $m$  viene lanciato lungo il profilo rigido e liscio di raggio  $R = (1 + 10^{-2}\xi)$  m mostrato in figura, con una velocità iniziale di modulo  $v_0 = \sqrt{(3 + 10^{-3}\xi)gR}$ . Determinare in quale punto del profilo la reazione vincolare è nulla (si determini la quota  $h$  di tale punto da terra).

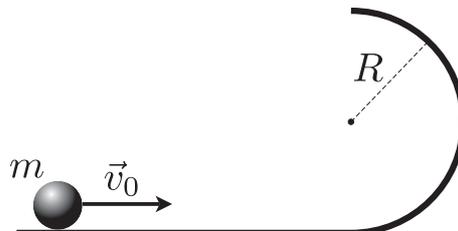
Quota  $h$  [m]:

3. (a) Attorno a un pianeta, di massa  $M = 10^{24}$  kg, è posto, in un'orbita circolare di raggio  $r_1$ , un satellite di massa  $m = 100$  kg. Sapendo che il satellite ha un periodo di rivoluzione attorno al pianeta pari a  $T_1 = \xi$  h, determinare l'energia totale del satellite (considerando nulla l'energia potenziale a distanza infinita dal pianeta). (b) A un certo punto si azionano i motori e il satellite passa su di un'altra orbita circolare con distanza dal centro del pianeta pari a  $r_2 = \frac{2}{3}r_1$ . Quanto vale il nuovo periodo di rivoluzione  $T_2$ ?

Energia totale [J]:

Nuovo periodo [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 107     $\xi = 732$     Turno: 3    Fila: 8    Posto: 11  
 Matricola: 0000589879    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare  $R$  del soffitto [N]:

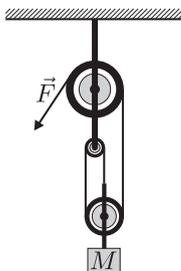
2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $L = \frac{1}{30} \xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 x$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>3</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

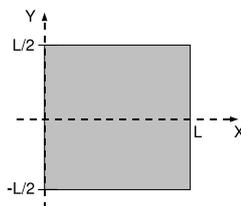
3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto  $A$  (vedi figura) di un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000} \xi r$ . Determinare e la velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

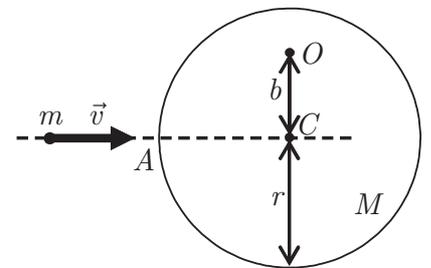
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 55  
 Matricola: 0000789112

$\xi = 839$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 8 Posto: 14

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>2</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

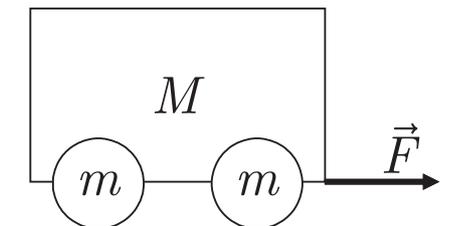
2. Un carrello, dotato di 4 ruote, ha massa (escluse le ruote) pari a  $M = 50$  kg, mentre ogni ruota ha massa pari a  $m = (0.2 + \frac{1}{5000} \xi) M$  e raggio  $r = 50$  cm. Il carrello è trainato mediante una fune, con una forza orizzontale  $\vec{F}$  di intensità  $F = 100$  N. Trascurando gli attriti volventi e gli attriti radenti dinamici, e considerando le ruote come cilindri omogenei, calcolare l'accelerazione del carrello.

Accelerazione del carrello [m/s<sup>2</sup>]:

3. In astronomia, il termine *galassia* designa un sistema, legato dalla forza di gravità e costituito da stelle, gas interstellare, polveri e, probabilmente, da un tipo di materia ancora sconosciuto — denominato *materia oscura* — in grado di interagire soltanto gravitazionalmente e non osservabile direttamente tramite emissione elettromagnetica (mediante telescopi, radiotelescopi, ecc.). Si schematizzi la galassia nella figura con un nucleo sferico centrale (denominato *bulge*), omogeneo, di densità  $\rho = 10^{-25}$  g/cm<sup>3</sup> (densità della materia ordinaria) e raggio  $R = 1$  kpc, e un disco attorno a esso di massa trascurabile. Sapendo che è stata misurata la velocità di rotazione delle stelle (si ipotizzi un'orbita circolare) e che, a una distanza  $r = 10$  kpc dal centro, essa è risultata pari a  $v_s = (800 + 3\xi)$  m/s, si valuti il rapporto tra la massa totale  $M$  (materia oscura + materia ordinaria) e la massa della sola materia ordinaria  $M_g$  affinché la galassia sia un sistema stabile e non si disgreghi. [1 pc =  $3.08568025 \cdot 10^{16}$  m].

Rapporto  $M/M_g$  [numero puro]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 40

$\xi = 946$

Turno: 3 Fila: 10 Posto: 1

Matricola: 0000789292

Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela *privacy*]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Due sfere omogenee, entrambe di raggio  $R = 1$  cm, aventi la medesima massa  $m = 100$  g, scendono lungo un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad: la prima strisciando senza rotolare in assenza di ogni forma di attrito, la seconda rotolando senza strisciare, in assenza di attrito volvente. Determinare le accelerazioni dei centri di massa delle 2 sfere.

Accelerazione della sfera che striscia [m/s<sup>2</sup>]:

Accelerazione della sfera che rotola [m/s<sup>2</sup>]:

2. Un punto materiale si muove su di un piano. A partire da un certo istante  $t = 0$ , le norme della velocità e dell'accelerazione diminuiscono con il tempo secondo le leggi:  $v(t) = \frac{L}{t+T}$  e  $a(t) = \frac{kL}{(t+T)^2}$ , dove  $L = \xi$  m,  $T = 2$  s e  $k = 1 + \frac{1000}{\xi}$  (numero puro). Trovare: (a) lo spostamento del punto materiale, misurato lungo la traiettoria, dopo  $\xi$  s; (b) il raggio di curvatura della traiettoria, dopo  $\xi$  s.

Spostamento lungo la traiettoria [m]:

Raggio di curvatura [m]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 10$  g si muove, con velocità di modulo pari a  $w = 100$  cm/s, senza attrito su di un piano orizzontale. Il punto materiale urta elasticamente un'asta sottile, omogenea, di massa  $M = m(1 + \frac{1}{1000} \xi)$  e lunghezza  $2l = 20$  cm, appoggiata senza altri vincoli e senza attrito sullo stesso piano orizzontale e inizialmente in quiete. La velocità del punto è perpendicolare all'asta e il punto d'impatto dista  $d = \frac{1}{1000} l \xi$  dall'estremità dell'asta. Trovare: (a) la velocità  $v$  del punto materiale dopo l'urto; (b) la velocità  $v_G$  del centro di massa dell'asta dopo l'urto; (c) la velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo l'urto.

Velocità  $v$  del punto materiale dopo l'urto [cm/s]:

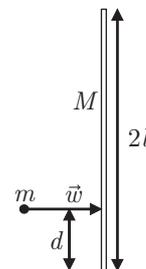
Velocità  $v_G$  del centro di massa dell'asta dopo l'urto [cm/s]:

Velocità angolare  $\omega$  dell'asta dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 43

$\xi = 83$

Turno: 3 Fila: 10 Posto: 3

Matricola: 0000766091

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate  $(3, \xi, \frac{1}{3})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

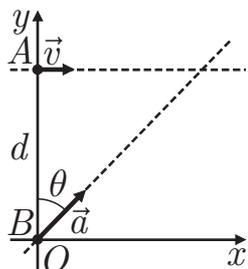
2. Un punto materiale  $A$  si muove di moto rettilineo uniforme, con velocità di modulo  $v \equiv v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s, lungo la retta  $y \equiv d$ , con  $d = 50$  m. Un secondo punto materiale  $B$  parte dall'origine, nello stesso istante in cui il punto materiale  $A$  attraversa l'asse  $y$ , lungo una retta che forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $y$  (vedi figura), con velocità nulla e accelerazione costante, di modulo  $a \equiv a_0 = 0.40$  m/s<sup>2</sup>. Per quale angolo  $\theta$  i due punti materiali collidono?

Angolo  $\theta$  [°]:

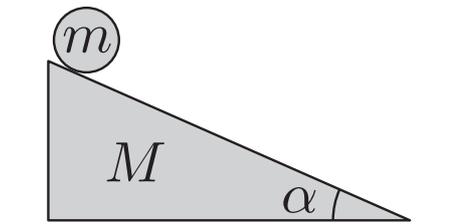
3. Un rullo cilindrico omogeneo, di massa  $m = 1$  kg, rotola senza strisciare, con l'asse parallelo alle isoipse e in assenza di attrito volvente, lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{4}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione [m/s<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 25

$\xi = 190$

Turno: 3 Fila: 10 Posto: 6

Matricola: 0000794058

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2y\hat{i} + xy\hat{j} - xyz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(-2x + y)\hat{i} + cx\hat{j} + 3c\hat{k}$ , dove  $c = 1$  N/m. Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (5, \frac{1}{2}\xi, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (-2\xi, -2, \frac{2}{3}\xi)$ .

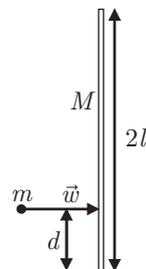
Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 10$  g si muove, con velocità di modulo pari a  $w = 100$  cm/s, senza attrito su di un piano orizzontale. Il punto si conficca in un'asta sottile, omogenea, di massa  $M = m(1 + \frac{1}{1000}\xi)$  e lunghezza  $2l = 20$  cm, appoggiata senza altri vincoli e senza attrito sullo stesso piano orizzontale e inizialmente in quiete, rimanendovi attaccato. La velocità del punto materiale è perpendicolare all'asta e il punto d'impatto dista  $d = \frac{1}{1000}l\xi$  dall'estremità dell'asta. Trovare la velocità  $v_{G'}$  del centro di massa del sistema asta+punto dopo l'urto e la velocità angolare  $\omega$  del sistema asta+punto dopo l'urto.

Velocità  $v_{G'}$  del centro di massa del sistema asta+punto dopo l'urto [cm/s]:

Velocità angolare  $\omega$  del sistema asta+punto dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 8  
Matricola: 0000789238

$\xi = 297$   
Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

Turno: 3 Fila: 10 Posto: 9

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un dardo viene lanciato orizzontalmente nella direzione del centro  $A$  di un bersaglio, alla velocità  $v_0 = 20$  m/s. Dopo un tempo  $t_1 = \frac{1}{100}\sqrt{\xi}$  s, esso si conficca nel punto  $B$ , situato sotto il centro  $A$ . Quanto vale la distanza  $\overline{AB}$ ? Quanto dista il lanciatore dal bersaglio? Si trascuri la resistenza dell'aria.

Distanza  $\overline{AB}$  [cm]:

Distanza del lanciatore dal bersaglio [m]:

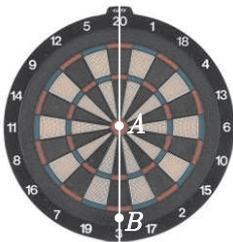
2. Un proiettile viene sparato con velocità  $\vec{v}_0$  di modulo  $\|\vec{v}_0\| = 2(1 + 10^{-2}\xi)$  m/s in direzione orizzontale a un'altezza  $h$  dal suolo. Determinare quale debba essere il rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  affinché il proiettile raggiunga il suolo con il vettore velocità inclinato di un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla verticale.

Rapporto  $\rho = \frac{\|\vec{v}_0\|}{h}$  [ $s^{-1}$ ]:

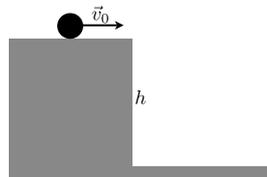
3. Si consideri una ruota a forma di disco che rotola su di un piano orizzontale. La ruota è soggetta alla forza d'attrito radente statico  $\vec{F}_a$  e a una forza costante  $\vec{F}$ . La forza  $\vec{F}$  agisce nello stesso verso della velocità del centro di massa del disco ed è applicata alla ruota in un punto a una quota  $h$  da terra, sulla verticale contenente il punto istantaneo di contatto con il terreno e il centro di massa della ruota. Se  $R$  è il raggio del disco, il moto è di puro rotolamento e tra le intensità delle due forze vale la relazione  $\|\vec{F}_a\| = \frac{1}{2} 10^{-3}\xi \|\vec{F}\|$ , determinare il rapporto  $r = \frac{h}{R}$ .

Rapporto  $r = \frac{h}{R}$  [adimensionale]:

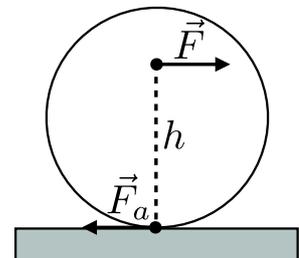
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 114     $\xi = 404$     Turno: 3    Fila: 10    Posto: 12  
 Matricola: 0000789509    Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un'asta omogenea, di peso  $p = \frac{\xi}{10}$  N (vedi figura), è appoggiata su due supporti  $A$  e  $B$ , distanti, dal baricentro  $G$  dell'asta, rispettivamente  $a = 1.1$  m e  $b = \frac{\xi}{1000}$  m. Calcolare la forza d'appoggio dell'asta sul supporto  $A$ .

Forza d'appoggio sul supporto  $A$  [N]:

2. Un punto materiale si trova sul ciglio di una parete alta  $h_0 = 150$  m. A distanza  $D$  da tale parete si trova una seconda parete, alta  $h_f = 50$  m (vedi figura). Il punto materiale viene lanciato con alzo  $\theta = 0.5$  rad e velocità iniziale  $v_0 = \frac{1}{100} \xi$  m/s e raggiunge esattamente il ciglio della parete opposta. Determinare la distanza  $D$  fra le due pareti.

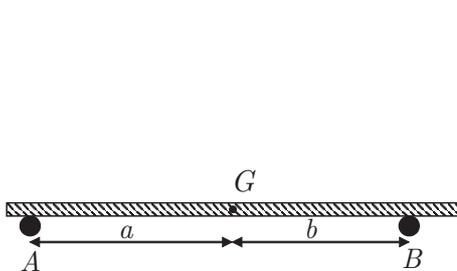
Distanza [m]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 100$  g è appoggiato su di un cono liscio, di massa  $M_1 = \frac{1}{100} \xi m$  e angolo  $\alpha = 10^\circ$ . Il cono, a sua volta, è vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza  $h_0 = 50$  cm rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cono quando il punto materiale è sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cono liscio, di massa  $M_2 = 4m$  e angolo  $\beta = 20^\circ$ , anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza  $h$  raggiunta dal punto materiale sul secondo cono.

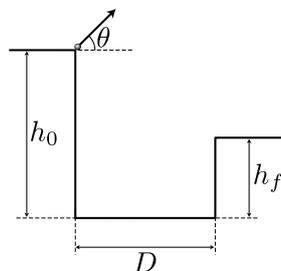
Velocità di traslazione del cono [cm/s]:

Altezza raggiunta dal punto sul secondo cono [cm]:

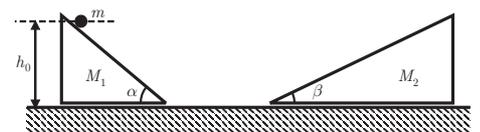
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 123

$\xi = 618$

Turno: 3 Fila: 10 Posto: 14

Matricola: 0000691514

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Tre corpi omogenei, una sfera, un cilindro e un tubo di spessore trascurabile, tutti di raggio  $R = 2$  cm, e aventi la medesima massa  $m = 300$  g, scendono lungo un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad, rotolando senza strisciare, in assenza di attrito volvente e con l'asse di rotazione parallelo alle isopse. Determinare le accelerazioni dei 3 corpi.

Accelerazione della sfera  $[\text{m/s}^2]$ :

Accelerazione del cilindro  $[\text{m/s}^2]$ :

Accelerazione del tubo  $[\text{m/s}^2]$ :

2. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con coefficiente di attrito statico  $f = 0.2$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

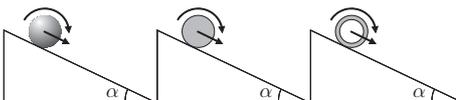
Angolo di minima inclinazione  $[\circ]$ :

3. Un cubetto, di massa  $m = 1$  g, è posto all'interno di un imbuto che ruota attorno al proprio asse, disposto verticalmente (vedi figura), con frequenza pari a  $\nu \text{ s}^{-1}$  (cioè  $\nu$  giri/s). Le pareti dell'imbuto sono inclinate di un angolo  $\theta = 60^\circ$  rispetto alla verticale, il coefficiente di attrito statico tra cubetto e imbuto è pari a  $f = \frac{1}{1000} \xi$  e il centro del cubetto si trova a una distanza  $r = 5$  cm dall'asse dell'imbuto. Quali sono i valori minimo e massimo della frequenza di rotazione  $\nu$  per i quali il cubetto non si muove rispetto all'imbuto?

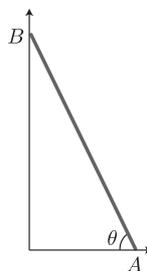
Frequenza minima  $[\text{s}^{-1}]$ :

Frequenza massima  $[\text{s}^{-1}]$ :

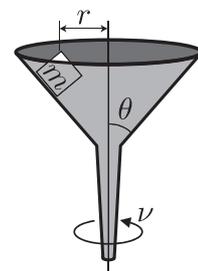
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 53       $\xi = 725$       Turno: 3    Fila: 12    Posto: 1  
 Matricola: 0000693472      Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale liscia (in assenza di attrito). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

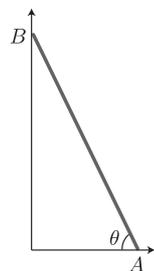
2. Un disco omogeneo è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4} \xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

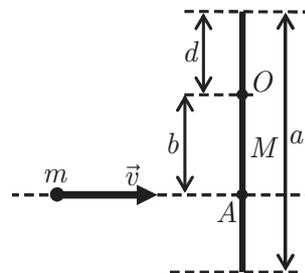
3. Un punto materiale, di massa  $m = 2$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto  $A$  (vedi figura) di una sbarra rigida omogenea di massa pari a  $M = 1$  kg e lunghezza pari ad  $a = 1$  m, incernierata allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $d = \frac{1}{2000} \xi a$  e  $b = (1 - \frac{1}{1000} \xi) a$ . Determinare la velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare della sbarra (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 84  
 Matricola: 0000803392

$\xi = 832$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 12 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una scala a pioli, il cui peso è distribuito uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, poggia con un'estremità su di un piano orizzontale scabro (con coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ) e con l'altra contro una parete verticale anch'essa scabra (con il medesimo coefficiente di attrito statico  $f = \frac{1}{1000} \xi$ ). Si determini l'angolo di minima inclinazione  $\theta_{\min}$  che la scala può formare con il piano orizzontale senza scivolare.

Angolo di minima inclinazione [°]:

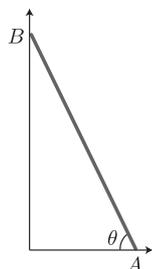
2. Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante  $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$  attorno a un asse normale a essa, passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale può scorrere una massa puntiforme  $m = 1 \text{ kg}$ , a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica  $k = 100 (2 + 10^{-2} \xi) \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $L = 1 \text{ m}$ . L'altro estremo della molla è fissato all'asse di rotazione della piattaforma. Determinare la deformazione  $\Delta L$  della molla se la massa puntiforme ha velocità radiale nulla (si consideri la deformazione  $\Delta L$  positiva se la molla è allungata rispetto alla lunghezza a riposo, negativa se la molla è accorciata).

Deformazione della molla  $\Delta L$  [m]:

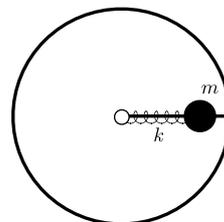
3. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = c(yz - y^2) \hat{i} + c(xz - 2xy) \hat{j} + cxy \hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^2$ . Determinare la variazione dell'energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (2\xi, 1, 1)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2, \frac{1}{2}\xi)$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 89  
Matricola: 0000801342

$\xi = 939$   
Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 12 Posto: 6

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dato un punto materiale che si muove con velocità  $\vec{v}(t) = A\hat{i} + Bt^2\hat{j}$ , dove  $A = \frac{1}{10} \xi$  m/s e  $B = 0.2$  m/s<sup>3</sup>, trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

2. Un pacco pesante, di massa  $m = 80$  kg, è trascinato su di un pavimento orizzontale mediante una fune, tesa a un angolo  $\alpha = \frac{1}{2000} \xi \pi$  rad rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra pacco e pavimento è pari a  $\mu = 0.4$ . (a) Quale forza deve essere esercitata sulla fune affinché il moto sia uniforme? (b) Quale forza deve essere esercitata sulla fune affinché il moto sia uniformemente accelerato con accelerazione  $a = 2$  m/s<sup>2</sup>?

Forza necessaria per il moto uniforme [N]:

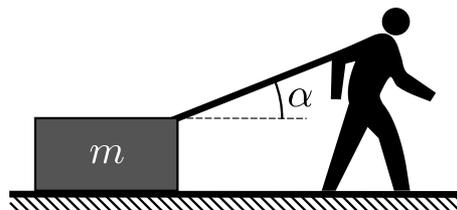
Forza necessaria per il moto uniformemente accelerato [N]:

3. Un punto materiale è vincolato, da un filo inestensibile e di massa trascurabile, a percorrere su di un piano orizzontale una traiettoria circolare avente raggio  $R = 1$  m. Il coefficiente di attrito dinamico con la superficie di appoggio è  $\mu = 5 \cdot 10^{-2}(1 + 10^{-2}\xi)$ . All'istante iniziale la velocità del blocco (nel SdR che ha origine nel centro della traiettoria) è  $\vec{v}_0 = \sqrt{gR}(1 + 10^{-2}\xi)\hat{j}$  m/s. Calcolare: (a) il modulo della velocità  $v_1$  quando il blocco ripassa per la prima volta per il punto di lancio; (b) il numero  $n$  di giri completi compiuti dal blocco al momento in cui si arresta.

Velocità  $v_1$  [m/s]:

Numero giri completi [adimensionale]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 48

$\xi = 76$

Turno: 3 Fila: 12 Posto: 9

Matricola: 0000809866

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto (N.B.: la carrucola più a sinistra nella figura è fissata a una parete, non appesa al soffitto).

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

2. Un uomo di massa  $m_1$  si trova inizialmente in quiete al centro di un carrello ferroviario rettangolare, il quale può scorrere senza attrito lungo un binario. Il carrello ha massa  $m_2 = 5m_1$ , lunghezza  $L = 2(3 + 10^{-2}\xi)$  m (nella direzione parallela al binario), e si trova anch'esso inizialmente in quiete. A un certo istante l'uomo si sposta sul carrello in direzione parallela al binario, fino a raggiungere un'estremità del carrello. Trovare lo spostamento  $\Delta s$  del carrello, considerando l'uomo come puntiforme.

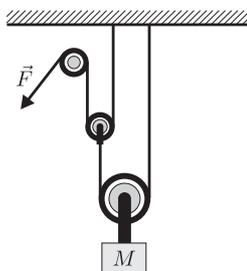
Spostamento carrello  $\Delta s$  [m]:

3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto  $A$  (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000}\xi r$ . Determinare la velocità del punto materiale subito dopo l'urto (indicandola positiva se concorde alla velocità prima dell'urto e negativa in caso contrario) e la velocità angolare del disco subito dopo l'urto.

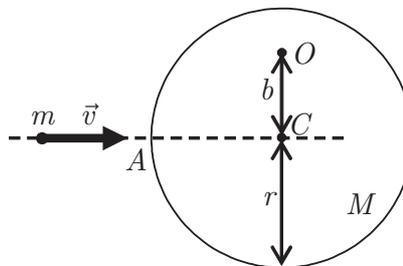
Velocità del punto materiale subito dopo l'urto [m/s]:

Velocità angolare del disco subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 96       $\xi = 183$       Turno: 3    Fila: 12    Posto: 12  
 Matricola: 0000766528      Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Dati i vettori  $\vec{v}_1 = (\hat{j} + 2\hat{k})$  m,  $\vec{v}_2 = (-\hat{j} + 3\hat{k})$  m e  $\vec{v}_3 = (\xi\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k})$  m, dove  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  sono i 3 versori ortonormali diretti rispettivamente come gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$  di una terna cartesiana di riferimento, determinare il volume del parallelepipedo di cui i 3 vettori formano gli spigoli che spiccano dall'origine  $O$  del sistema di coordinate.

Volume [ $\text{m}^3$ ]:

2. Negli ultimi anni sono stati scoperti numerosi oggetti planetari oltre all'orbita del pianeta Nettuno con caratteristiche fisiche comparabili a quelle del pianeta nano Plutone. Supponendo che uno di tali pianetini abbia massa  $M = 10^{-6}\xi^2 m_p$  e raggio  $R = r_p$ , dove  $r_p = 1150$  km e  $m_p = 1.3 \cdot 10^{22}$  kg sono rispettivamente il raggio e la massa e di Plutone, determinare la velocità di fuga dal pianetino.

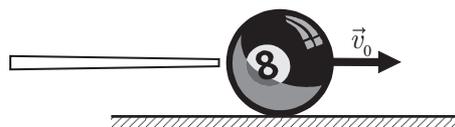
Velocità di fuga [ $\text{m/s}$ ]:

3. Una palla da biliardo cava, di raggio  $r = 3$  cm, massa  $m = 300$  g e momento di inerzia rispetto a un asse passante per il centro pari a  $(0.4 + 0.0002 \times \xi) mr^2$ , è colpita centralmente con una stecca (asse della stecca passante per il centro della palla), acquistando in questo modo una velocità iniziale  $v_0 = \frac{\xi}{10}$  cm/s (moto di pura traslazione). Il coefficiente di attrito radente dinamico del biliardo è  $\mu = 0.1$ , mentre l'attrito volvente è trascurabile. Calcolare (a) la velocità e (b) lo spostamento della palla nell'istante in cui essa smette di strisciare sul tavolo (cioè nell'istante in cui il moto diventa un moto di rotolamento puro).

Velocità [ $\text{cm/s}$ ]:

Spostamento [ $\text{cm}$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 52

$\xi = 290$

Turno: 3 Fila: 12 Posto: 14

Matricola: 0000731003

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = xy\hat{i} - yz\hat{j} + 3x^2y\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\xi, \frac{1}{3}\xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Si vuole mettere un satellite artificiale, di massa  $m_{\text{sat}} = 120$  kg, in orbita circolare attorno alla Terra, a una quota  $d = (40000 + 100\xi)$  km sul livello del mare. Che velocità deve avere il satellite una volta raggiunta l'orbita? (Si prenda la massa della Terra pari a  $M_t = 6 \cdot 10^{24}$  kg e il raggio terrestre pari a  $R_t = 6350$  km).

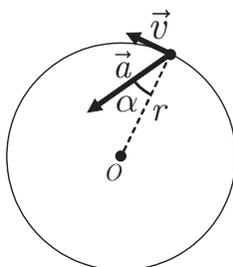
Velocità [m/s]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3$  m, con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000}\xi$  rad con la direzione radiale centripeta  $\hat{n}$  e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10$  m/s. Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 3

---

Numero progressivo: 41       $\xi = 397$       Turno: 3    Fila: 14    Posto: 1  
Matricola: 0000801583      Cognome e nome: **(dati nascosti per tutela privacy)**

---

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

---

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^3$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>3</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s.

---

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

---

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

---

2. Un tubo omogeneo di spessore trascurabile è fatto rotolare lungo un piano inclinato, con l'asse di rotazione parallelo alle isoipse, in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4} \xi$ .

---

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

---

3. Una corona circolare omogenea, di densità superficiale  $\sigma = 1$  kg/m<sup>2</sup>, con raggio interno  $r_1 = \frac{1}{3} \xi$  cm e raggio esterno  $r_2 = \xi$  cm, ruota attorno al proprio asse di simmetria  $u$ . Sapendo che il sistema è isolato e che compie un giro ogni 3 minuti, determinare la norma  $K$  del momento angolare  $\vec{K}$ .

---

Momento angolare [kg m<sup>2</sup>/s]:

---

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]

Numero progressivo: 65  
 Matricola: 0000793876

$\xi = 611$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela privacy)

Turno: 3 Fila: 14 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una sbarra rigida di peso trascurabile e lunghezza pari a  $l = 30$  cm è sospesa al soffitto tramite due cavi inestensibili (vedi figura), entrambi di lunghezza  $h = 20$  cm e peso trascurabile, applicati alla sbarra a distanze (misurate a partire dall'estremo sinistro) pari rispettivamente ad  $a_1 = 0$  e  $a_2 = \frac{2}{3}l$ . Alla sbarra sono inoltre appese tre massette di peso  $p_1 = \frac{1}{500}\xi$  N,  $p_2 = 5$  N e  $p_3 = 10^{-6}\xi^2$  N a distanze rispettivamente di  $b_1 = \frac{1}{3}l$ ,  $b_2 = \frac{2}{3}l$  e  $b_3 = l$  (misurate a partire dall'estremo sinistro della sbarra). Determinare, nelle condizioni di equilibrio statico, le tensioni dei due cavi.

Tensione del cavo sinistro  $T_1$  [N]:

Tensione del cavo destro  $T_2$  [N]:

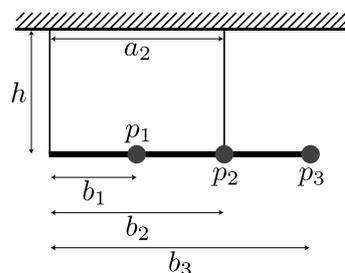
2. Il vettore posizionale di un punto materiale mobile  $P(t)$  è dato, in funzione del tempo, dall'espressione vettoriale:  $P(t) - O = \vec{r}(t) = \alpha \frac{t^3}{3} \hat{i} + \beta \frac{t^2}{\sqrt{2}} \hat{j} + \gamma(t - t_1) \hat{k}$ , dove  $\alpha = 1$  m/s<sup>3</sup>,  $\beta = 1$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 1$  m/s e  $t_1 = \frac{2}{100}\xi$  s. Determinare la distanza  $\Delta s$  percorsa dal punto materiale lungo la traiettoria nell'intervallo di tempo  $[0, t_1]$ .

Distanza  $\Delta s$  lungo la traiettoria [m]:

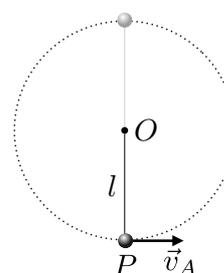
3. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  si muove in un piano verticale, appeso a un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza  $l$ , vincolato in un punto fisso  $O$ . Se il punto  $P$ , lanciato parallelamente al suolo, ha una velocità iniziale di norma maggiore di  $\|\vec{v}_A^{(f)}\| = \frac{500+\xi}{200}$  m/s, esso raggiunge la quota massima della traiettoria circolare in figura. Si determini la minima norma della velocità  $\|\vec{v}_A^{(s)}\|$  con cui deve essere lanciato, parallelamente al suolo, lo stesso punto  $m$  per raggiungere la quota massima della traiettoria nel caso in cui il filo venga sostituito da una sbarretta indeformabile, di densità uniforme, massa pari a  $M = \frac{1}{200}m\xi$  e lunghezza  $l$ , libera di ruotare attorno a  $O$ .

Velocità minima  $\|\vec{v}_A\|$  [m/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 67

$\xi = 718$

Turno: 3 Fila: 14 Posto: 6

Matricola: 0000793573

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale si muove in un piano seguendo la legge oraria  $s(t) = kt^2$ , con  $k = 2.00 \text{ m/s}^2$ . Trovare il raggio di curvatura della traiettoria al tempo  $t = \xi \text{ s}$ , se il modulo dell'accelerazione cresce con il tempo, secondo la legge:  $a(t) = 2k\sqrt{1 + (\frac{t}{T})^4}$ , con  $T = \frac{1}{100} \xi \text{ s}$ .

Raggio di curvatura [m]:

2. Due vettori, di norma rispettivamente  $\|\vec{a}\| = 2$  e  $\|\vec{b}\| = 4$ , posti con l'origine coincidente, formano tra loro un angolo di  $\theta = \frac{\pi}{1000} \xi \text{ rad}$ . Trovare la norma del vettore  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . Trovare inoltre l'angolo  $\varphi$  (espresso in radianti, nell'intervallo  $[0, \pi]$ ) compreso tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  (posto  $\vec{c}$  con l'origine coincidente con l'origine comune di  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ).

$\|\vec{c}\|$ :

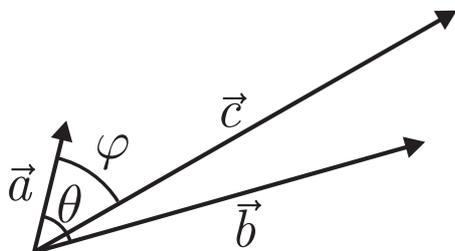
$\varphi$  [rad]:

3. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m = 10 \text{ g}$ , si muove in un piano verticale, saldato a un'asticella rigida, di massa trascurabile e lunghezza  $l = 20 \text{ cm}$ , vincolata in un punto fisso  $O$ . Quando l'asticella è disposta in posizione verticale e il punto  $P$  si trova ad altezza minima  $z_0 = 0$ , mediante una forza impulsiva si imprime al punto una velocità iniziale  $v_0 = (150 + \frac{1}{5} \xi) \text{ cm/s}$ . Determinare la quota massima  $z_M$  raggiunta dal punto  $P$  e la norma  $v_M$  della velocità del punto  $P$  nel momento in cui esso raggiunge la quota massima.

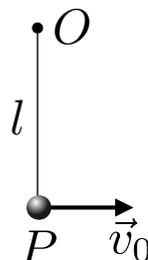
Quota massima  $z_M$  [cm]:

Velocità alla quota massima  $v_M$  [cm/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 47       $\xi = 825$       Turno: 3    Fila: 14    Posto: 9  
 Matricola: 0000792787      Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela *privacy*]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = 3x\hat{i} + xyz\hat{j} + x\hat{k}$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del rotore del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$ .

Componente  $x$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_x(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $y$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_y(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

Componente  $z$  del rotore  $(\vec{\nabla} \wedge \vec{V})_z(\frac{1}{4}, \xi, \frac{1}{5}\xi)$  [numero puro]:

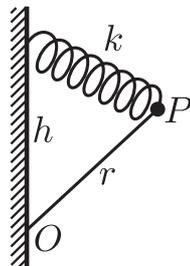
2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{200}\xi$  N è situato all'estremità di una sbarretta indeformabile, di peso trascurabile e lunghezza  $r = 0.1$  m (vedi figura). L'estremità opposta della sbarra è incernierata in  $O$  a una parete verticale in modo tale che la sbarra stessa si possa muovere soltanto in senso verticale. A una distanza  $h = 0.2$  m da  $O$ , verticalmente sopra al punto, è fissato l'estremo di una molla, di costante elastica pari a  $k = 50$  N/m e lunghezza a riposo pari a  $l_0 = 0.1$  m. La molla è fissata al punto materiale nel suo estremo opposto. Determinare, all'equilibrio statico, l'allungamento  $\Delta l$  della molla.

Allungamento  $\Delta l$  della molla [m]:

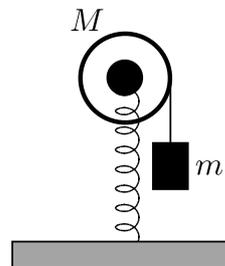
3. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito da un blocco di massa  $m$ , fissato a un cavo ideale, a sua volta avvolto attorno a una carrucola cilindrica omogenea, di massa  $M = 2m = (1 + 10^{-2}\xi)$  kg, libera di ruotare attorno al proprio asse. L'asse della carrucola è montato su di una molla di costante elastica  $k = 50$  N/m. Determinare la deformazione della molla  $\Delta l$ , durante la discesa della massa  $m$ .

Deformazione  $\Delta l$  [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 4  
Matricola: 0000794197

$\xi = 932$   
Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 14 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a muoversi su di una guida rettilinea. Al tempo  $t = 0$  il punto materiale si trova in quiete. Se il punto accelera con accelerazione  $a(t) = kt^2$ , dove  $k = \frac{1}{1000} \xi \text{ m/s}^4$ , trovare la velocità raggiunta e lo spazio percorso al tempo  $t = \frac{1}{50} \xi \text{ s}$ .

Velocità raggiunta [m/s]:

Spazio percorso [m]:

2. Una sfera omogenea è fatta rotolare lungo un piano inclinato in presenza di attrito radente. Determinare il massimo angolo di inclinazione del piano,  $\theta_{\max}$ , oltre il quale il moto non è più un moto di puro rotolamento, sapendo che il coefficiente di attrito statico è  $f = 10^{-4} \xi$ .

Massimo angolo di inclinazione  $\theta_{\max}$  [°]:

3. La posizione iniziale di un pendolo — costituito da un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $l$  cui è sospeso un punto materiale di massa  $m$  — forma un angolo  $\alpha$  con la verticale. Determinare l'angolo  $\alpha$  in modo che la tensione del filo nel punto più basso della traiettoria sia, in modulo, pari a  $\|\vec{R}\| = (2 + 10^{-3} \xi) m g$ .

Angolo  $\alpha$  [°]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]

Numero progressivo: 117     $\xi = 69$     Turno: 3    Fila: 14    Posto: 14  
Matricola: 0000789451    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = -\frac{1}{2}x^2 \hat{i} + xy \hat{j} + xyz \hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(2, \xi, 3)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V})(2, \xi, 3)$  [numero puro]:

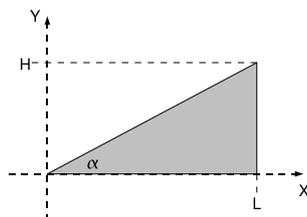
2. In una regione di spazio è presente una forza conservativa di intensità  $\vec{F}(x, y, z) = cy^2z \hat{i} + 2cxyz \hat{j} + cxy^2 \hat{k}$ , dove  $c = 1 \text{ N/m}^3$ . Determinare la variazione di energia potenziale di un punto materiale che si sposta dalla posizione iniziale  $P_i = (1, 1, \xi)$  alla posizione finale  $P_f = (\xi, -2\xi, \frac{1}{3})$ .

Variazione di energia potenziale  $\Delta V$  [J]:

3. Data la lastra a forma di triangolo rettangolo mostrata nella figura, omogenea e di massa  $m = \xi \text{ g}$ , alta  $H = 10 \text{ cm}$  e con l'angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ , determinarne il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ascisse.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 46  
 Matricola: 0000817075

$\xi = 176$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 16 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un razzo, di massa a vuoto pari a  $m_0 = 20$  kg, è rifornito con una quantità di gas pari a  $m_{g0} = (\frac{1}{10} \xi + 10)$  kg. All'istante iniziale il razzo inizia a espellere il gas contenuto al suo interno verso il basso, con velocità costante  $v_g$ , e rateo costante di massa espulsa per unità di tempo pari a  $k = 10$  kg/s. Determinare la minima velocità di espulsione del gas  $v_g$  affinché il razzo inizi a sollevarsi nel momento in cui si accende il motore.

Velocità minima [m/s]:

2. Un punto materiale di peso  $p = \frac{1}{10} \xi$  N è fissato al soffitto tramite un cavo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $r = 1$  m e tramite una molla di lunghezza a riposo trascurabile ( $l_0 = 0$  m) e costante elastica  $k = 40$  N/m (vedi figura). Cavo e molla sono entrambi fissati in un'estremità al soffitto (a distanza  $r$  l'uno dall'altro) e nell'altra al punto materiale. Calcolare, all'equilibrio, la distanza  $d$  del punto dal soffitto.

Distanza  $d$  del punto dal soffitto [m]:

3. Un sistema binario è costituito da due stelle che si muovono su orbite circolari, a distanza rispettivamente  $d_1 = 8 \cdot 10^4$  km e  $d_2 = 6 \cdot 10^5$  km dal centro di rivoluzione del sistema, con un periodo  $T = \xi$  giorni. Determinare le masse delle due stelle.

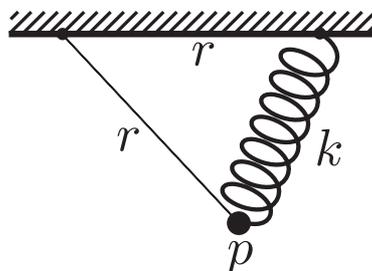
Massa della stella più massiva  $M_1$  [kg]:

Massa della stella meno massiva  $M_2$  [kg]:

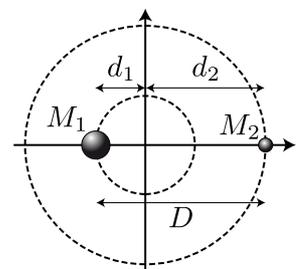
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 77

$\xi = 283$

Turno: 3 Fila: 16 Posto: 3

Matricola: 0000807032

Cognome e nome: [dati nascosti per tutela privacy]

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli** ( $\pi$ ,  $+$ ,  $-$  (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.). Il simbolo  $-$  può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(\xi, \frac{1}{2}, \frac{1}{5})$  [numero puro]:

2. Due blocchi sono collegati tra loro da una funicella inestensibile di massa trascurabile, libera di scorrere senza attrito nella scanalatura sottile di una carrucola cilindrica omogenea. Nell'ipotesi che i blocchi abbiano massa  $m_1 = m$  e  $m_2 = \rho m$  e che la carrucola abbia massa  $M = 2m(1 + 10^{-2}\xi)$ , determinare il valore di  $\rho$  affinché il blocco di massa  $m_2$  cada con un'accelerazione pari a  $\frac{1}{6}g$ .

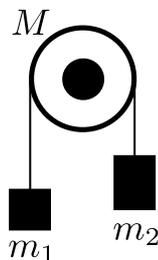
Rapporto  $\rho = \frac{m_2}{m_1}$  [adimensionale]:

3. Un punto materiale si muove lungo una guida circolare di raggio  $r = 3$  m, con la componente intrinseca  $\ddot{s}$  dell'accelerazione costante (essendo  $s$  lo spostamento lungo la guida). In un certo istante  $t_1$ , l'accelerazione  $\vec{a}$  del punto materiale forma un angolo  $\alpha(t_1) = \frac{\pi}{2000}\xi$  rad con la direzione  $\hat{v}$  della velocità e la norma della velocità è pari a  $\|\vec{v}(t_1)\| = 10$  m/s. Di quanto aumenta, in mezzo secondo, la norma della velocità? Quanto vale, all'istante  $t_1$ , la norma dell'accelerazione?

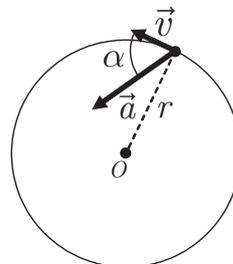
$\Delta\|\vec{v}\|$  [m/s]:

$\|\vec{a}(t_1)\|$  [ $\text{m/s}^2$ ]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 124

$\xi = 390$

Turno: 3 Fila: 16 Posto: 6

Matricola: 0000719290

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo vettoriale  $\vec{V}(x, y, z) = z\hat{i} - xyz\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ . Determinare il valore della divergenza del campo vettoriale  $\vec{V}$  nel punto  $P$  di coordinate cartesiane  $(\frac{1}{7}, \xi, \xi)$ .

Divergenza  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) (\frac{1}{7}, \xi, \xi)$  [numero puro]:

2. Dato il disco sottile e omogeneo di raggio  $R = \xi$  m e massa  $m = 200$  g, mostrato nella figura, calcolarne il momento d'inerzia rispetto a un suo diametro.

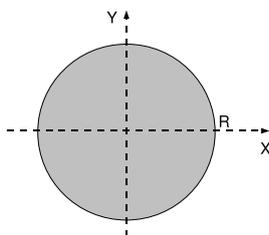
Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Un punto materiale di massa  $m = 4$  kg è vincolato a muoversi lungo una guida rettilinea orizzontale fissa. Al tempo  $t = 0$  s il punto materiale ha velocità  $v(0) = v_0 = \frac{1}{10} \xi$  m/s. Il punto materiale è soggetto a una forza avente la stessa direzione della velocità, verso opposto e modulo proporzionale alla radice quadrata del modulo della velocità, essendo  $k = \xi$  m<sup>1/2</sup> kg s<sup>-3/2</sup> la costante di proporzionalità. Trovare il tempo necessario affinché il punto si arresti e la distanza percorsa dal punto [Si ricordi che  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ ].

Tempo di arresto [s]:

Distanza percorsa [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 138

$\xi = 604$

Turno: 3 Fila: 16 Posto: 9

Matricola: 0000790038

Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare totale  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare totale  $R$  del soffitto [N]:

2. La lastra quadrata mostrata nella figura ha i lati lunghi  $l = \frac{1}{30} \xi$  cm. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1 y^2$ , dove  $c_0 = 2$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 4$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse delle ordinate.

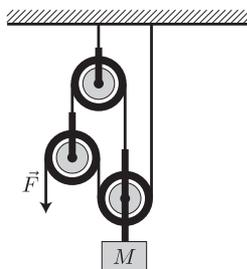
Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

3. Un filo sottile e inestensibile, di massa trascurabile, è avvolto attorno a un rullo cilindrico pieno, di massa  $m = 100$  g e raggio  $r = 2$  cm. Il filo passa nella gola di una carrucola di massa trascurabile e priva di attrito e sostiene un blocco di massa  $M = 50$  g. Il cilindro rotola senza strisciare su di un piano inclinato, di inclinazione  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$ . Determinare: (a) l'accelerazione del cilindro; (b) la tensione del filo.

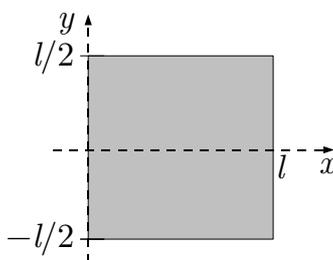
Accelerazione del cilindro [m/s<sup>2</sup>]:

Tensione del filo [N]:

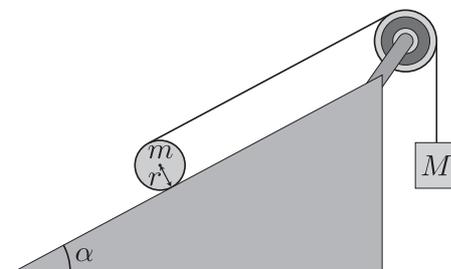
[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 74  
 Matricola: 0000801504

$\xi = 711$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 16 Posto: 12

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Una persona, di peso  $p = 800$  N, si trova su di una bilancia pesapersona all'interno di un ascensore che si muove verso l'alto con accelerazione costante di norma  $\|\vec{a}_0\| = \frac{100+\xi}{4000} g$ . Se la bilancia è costruita come un dinamometro, opportunamente tarato, che misura la deformazione di una molla ideale, qual è il peso della persona indicato dalla bilancia all'interno dell'ascensore?

Peso  $p$  indicato dalla bilancia [N]:

2. Un mattone di massa  $m = 1$  kg scivola senza attrito lungo il piano inclinato di un cuneo, di massa  $M = 2$  kg e inclinazione  $\alpha = \frac{8}{100} \xi^\circ$ . Il cuneo, a sua volta, può muoversi senza attrito su di un piano orizzontale. Calcolare la norma dell'accelerazione del cuneo.

Accelerazione [ $\text{m/s}^2$ ]:

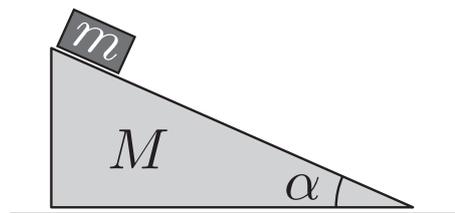
3. In una predefinita terna cartesiana ortogonale, di versori  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , un punto materiale si muove con velocità  $\vec{v}(t) = 3c_1 t^3 \hat{i} + 5c_2 t \hat{j}$ , dove  $c_1 = \xi \text{ m/s}^4$  e  $c_2 = 0.2 \text{ m/s}^2$ . Trovare il raggio di curvatura della traiettoria nella posizione in cui si trova il punto materiale al tempo  $t = 1$  s.

Raggio di curvatura [m]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 120     $\xi = 818$     Turno: 3    Fila: 16    Posto: 14  
 Matricola: 0000807109    Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un punto materiale è vincolato a una guida circolare di raggio  $r = 4$  m, su cui può scorrere senza attrito. Esso si muove secondo la legge oraria  $s(t) = kt^4$ , con  $k = \frac{1}{200} \xi$  m/s<sup>4</sup>. Calcolare la componente tangenziale e la componente normale dell'accelerazione nell'istante  $t = 2$  s

Componente tangenziale dell'accelerazione  $a_t$  [m/s<sup>2</sup>]:

Componente normale dell'accelerazione  $a_n$  [m/s<sup>2</sup>]:

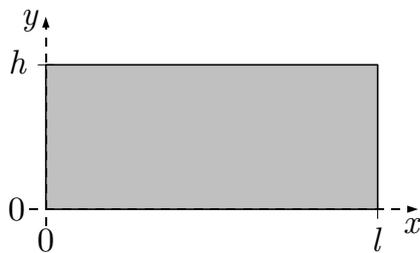
2. La lastra rettangolare mostrata nella figura ha base  $l = \frac{1}{20} \xi$  m e altezza  $h = 10$  m. Inoltre, nel sistema di coordinate mostrato nella figura, la densità superficiale di massa è data da  $\sigma(x, y) = c_0 + c_1xy$ , dove  $c_0 = 3$  kg/m<sup>2</sup> e  $c_1 = 8$  kg/m<sup>4</sup>. Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ordinate.

Momento d'inerzia [kg m<sup>2</sup>]:

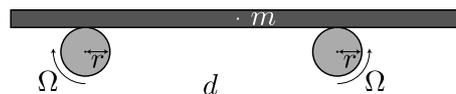
3. Una sbarra omogenea, di massa  $m = 100$  g e spessore trascurabile è appoggiata orizzontalmente su due rulli uguali, di raggio  $r = 2$  cm, con gli assi paralleli e orizzontali, situati a distanza  $d = (5 + \frac{1}{100} \xi)$  cm l'uno dall'altro. I rulli ruotano con velocità angolare costante  $\Omega = 20\pi$  rad/s con verso opposto, nel senso indicato in figura. Detto  $\mu = 0.3$  il coefficiente di attrito dinamico tra sbarra e rulli, determinare il periodo  $T$  del moto della sbarra.

Periodo  $T$  del moto [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3

Numero progressivo: 9  
 Matricola: 0000789809

$\xi = 925$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 18 Posto: 1

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Un grave si trova a un certo istante alla quota  $h = 210$  m rispetto alla superficie terrestre, con velocità di modulo  $v_0 = 50$  m/s e direzione che forma un angolo  $\alpha = \frac{9}{100} \xi^\circ$  rispetto alla verticale discendente (vedi figura). Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria in tale istante.

Raggio di curvatura [m]:

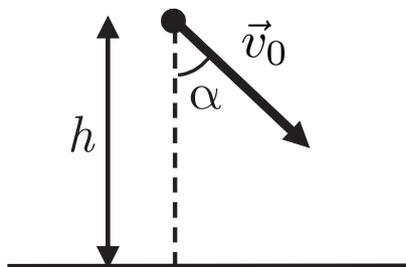
2. Uno yo-yo è costituito da un cilindro omogeneo scanalato, di raggio  $R = 7$  cm e massa  $m = 100$  g (scanalatura di larghezza trascurabile), sulla cui gola, di raggio  $r = (2 + \frac{1}{200} \xi)$  cm, è avvolto uno spago, fissato, all'altra estremità, al soffitto. Calcolare l'accelerazione dello yo-yo.

Accelerazione [ $\text{m/s}^2$ ]:

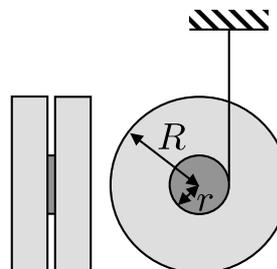
3. Un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l = 100$  cm reca agli estremi due masse puntiformi:  $m_1 = 10^{-3} \xi m$  ed  $m_2 = (1 - 10^{-3} \xi) m$ . L'asta è posta in rotazione con una certa velocità angolare attorno a un asse, a essa ortogonale, passante per il punto dell'asta che si trova a distanza  $x$  dalla massa  $m_1$ . Sapendo che il sistema è soggetto a una coppia frenante di momento costante, determinare il valore di  $x$  affinché esso si fermi nel minor tempo possibile.

Distanza  $x$  [cm]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 83  
 Matricola: 0000793508

$\xi = 62$   
 Cognome e nome: (dati nascosti per tutela *privacy*)

Turno: 3 Fila: 18 Posto: 3

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, – (operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\phi$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. Sia dato il sistema di carrucole di massa trascurabile mostrato in figura. Determinare la forza  $F$  necessaria per stabilizzare il sistema se la massa  $M$  ha peso  $p = \xi$  N. Se la forza stabilizzante  $\vec{F}$  è diretta lungo la verticale verso terra, determinare inoltre la reazione vincolare  $R$  del soffitto.

Forza stabilizzante  $F$  [N]:

Reazione vincolare  $R$  del soffitto [N]:

2. Si consideri il sistema meccanico in figura, costituito di due blocchi di massa  $m$  e  $M$ , in cui  $m = \frac{1}{2} M$ . Il blocco  $M$  si muove orizzontalmente con accelerazione costante, di norma  $\|\vec{a}\| = \frac{1}{2} g$ . Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico fra le superfici a contatto vale  $\mu = \frac{1}{4}$  e che la tensione del cavo fissato a  $m$  ha intensità pari a  $\|\vec{T}\| = \frac{500+\xi}{1000}$  N, si determini l'intensità della forza  $\vec{F}$ .

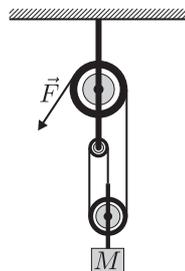
Intensità  $F$  della forza  $\vec{F}$  [N]:

3. (a) Attorno a un pianeta, di massa  $M = 10^{24}$  kg, è posto, in un'orbita circolare di raggio  $r_1$ , un satellite di massa  $m = 100$  kg. Sapendo che il satellite ha un periodo di rivoluzione attorno al pianeta pari a  $T_1 = \xi$  h, determinare l'energia totale del satellite (considerando nulla l'energia potenziale a distanza infinita dal pianeta). (b) A un certo punto si azionano i motori e il satellite passa su di un'altra orbita circolare con distanza dal centro del pianeta pari a  $r_2 = \frac{2}{3} r_1$ . Quanto vale il nuovo periodo di rivoluzione  $T_2$ ?

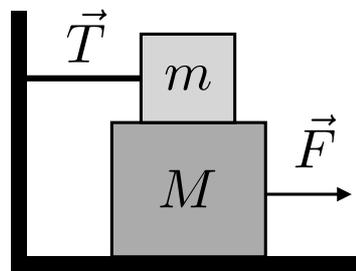
Energia totale [J]:

Nuovo periodo [s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 1



Esercizio n. 2

Numero progressivo: 139     $\xi = 169$     Turno: 3    Fila: 18    Posto: 6  
 Matricola: 0000802019    Cognome e nome: **[dati nascosti per tutela privacy]**

**Produrre i risultati numerici con 3 cifre significative esatte e senza simboli ( $\pi$ , +, –(operatore binario),  $\sqrt{\phantom{x}}$ , sin, cos,  $\int$ ,  $\oint$ ,  $\frac{d}{dt}$ , ecc.).** Il simbolo – può essere utilizzato (come operatore unario) per indicare i numeri negativi.

1. È dato il campo scalare  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$ . Determinare i valori delle componenti cartesiane del gradiente del campo scalare  $f$  nel punto  $P$  di coordinate  $(3, \xi, \frac{1}{3})$ .

Componente  $x$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_x(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $y$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_y(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

Componente  $z$  del gradiente  $(\vec{\nabla}f)_z(3, \xi, \frac{1}{3})$  [numero puro]:

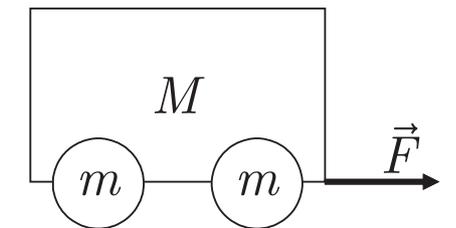
2. Un carrello, dotato di 4 ruote, ha massa (escluse le ruote) pari a  $M = 50$  kg, mentre ogni ruota ha massa pari a  $m = (0.2 + \frac{1}{5000}\xi)M$  e raggio  $r = 50$  cm. Il carrello è trainato mediante una fune, con una forza orizzontale  $\vec{F}$  di intensità  $F = 100$  N. Trascurando gli attriti volventi e gli attriti radenti dinamici, e considerando le ruote come cilindri omogenei, calcolare l'accelerazione del carrello.

Accelerazione del carrello [m/s<sup>2</sup>]:

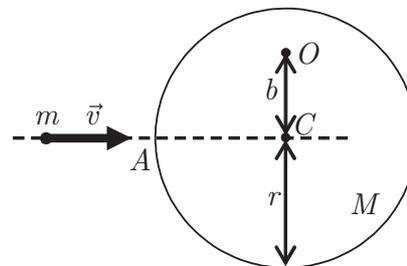
3. Un punto materiale, di massa  $m = 3$  kg, si muove con velocità di modulo pari a  $v = 10$  m/s, avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale si conficca istantaneamente, rimanendovi attaccato, nel punto  $A$  (vedi figura) di un disco rigido omogeneo di massa pari a  $M = 1$  kg e raggio pari a  $r = 1$  m, incernierato allo stesso piano verticale nel punto  $O$ , con  $b = \frac{1}{1000}\xi r$ . Determinare e la velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto.

Velocità angolare del disco (con il punto conficcato) subito dopo l'urto [rad/s]:

[Costanti fisiche:  $g = 9.80665$  m/s<sup>2</sup>,  $\gamma = 6.6742 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>.]



Esercizio n. 2



Esercizio n. 3