

Esame scritto di Fisica Generale T-B

(CdL Ingegneria Civile)

Prof. M. Sioli

Seconda prova parziale dell'A.A. 2016-2017 - 22/12/2016

Soluzione Esercizio 1

a) A regime su L_2 non c'è caduta di potenziale, quindi R_1 è cortocircuitata e $V_A = 0$.

b) A regime la maglia di sinistra non contribuisce (R_1 è cortocircuitata) mentre la maglia di destra è equivalente al parallelo di R_4 e R_5 , ovvero a una resistenza pari a $R/2$. Applicando quindi la II legge di Kirchhoff alla maglia centrale si ottiene:

$$\varepsilon = \left(R + R + \frac{R}{2}\right)i = \frac{5}{2}Ri \rightarrow i = \frac{2\varepsilon}{5R} = 0.8 \text{ A}$$

e quindi $i_{R_2} = i_{R_3} = i = 0.8 \text{ A}$ e $i_{R_4} = i_{R_5} = i/2 = 0.4 \text{ A}$.

c) A regime l'energia immagazzinata nel sistema è la somma delle energie immagazzinate nelle induttanze e nella capacità:

$$U_{L_1} = \frac{1}{2}Li_{R_5}^2 = \frac{1}{2}L\frac{i^2}{4} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$U_{L_2} = \frac{1}{2}Li_{R_2}^2 = \frac{1}{2}Li^2 = 9.6 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$U_{C_1} = \frac{1}{2}C_1(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}C_1(R_3i)^2 = 8 \times 10^{-7} \text{ J}$$

$$U_{tot} \approx 1.2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

d) In regime quasi-stazionario si applica la II legge di Kirchhoff alla maglia di destra, composta da L_1 e dalla serie di R_4 e R_5 , con costante di tempo $\tau = L_1/(2R) = 3 \times 10^{-4} \text{ s}$. Quindi:

$$i_{L_1}(\bar{t}) = i_{L_1}(0)e^{-\bar{t}/\tau} = 0.4 \times \exp\left(-\frac{10^{-5}}{3 \times 10^{-4}}\right) \approx 0.387 \text{ A}.$$

e) L'energia dissipata su R_3 è asintoticamente uguale a quella immagazzinata su C_1 , ovvero $E = U_{C_1} = 8 \times 10^{-7} \text{ J}$.

Soluzione Esercizio 2

a) Indicato con $x_A(t)$ la posizione del vertice del quadrato che si trova inizialmente nell'origine e con $x_B(t)$ la posizione dell'altro vertice sull'asse delle x , si ha che $x_A(t) = vt$ e $x_B(t) = L + vt$. Il flusso vale

$$\Phi_S(\vec{B}, t) = \int_S \vec{B}(t) \cdot \hat{n} \, dx dy = \int_{x_A}^{x_B} \int_0^L (B_0 - Ax) \, dx dy = \left[B_0 L - Ax^2/2 \right]_{x_A}^{x_B} = B_0 L^2 - AL^3/2 - AL^2 vt,$$

con $\hat{n}$ versore normale alla spira che prendiamo pari a $\hat{n} = \hat{k}$. Per $\bar{t} = 2$ s, il flusso del campo magnetico vale $\Phi_S(\vec{B}, \bar{t}) = 7.74 \times 10^{-3} \text{ Tm}^2$.

b) Dalla legge di Faraday-Neumann si trova prima la forza elettromotrice indotta ε e poi, tramite la legge di Ohm, la corrente i :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_S(\vec{B}, t)}{dt} = AL^2 v; \quad i = \varepsilon/R = \frac{AL^2 v}{R} = 1.08 \text{ A}$$

Per la scelta della normale al piano, si è definito il verso della circuitazione del campo elettrico che è ovviamente un circuitazione in senso antiorario per chi guarda la figura. La corrente così calcolata, risultata positiva, sta circolando anche lei in senso antiorario per chi guarda la figura, in modo da contrastare, con il campo magnetico indotto, la diminuzione del flusso attraverso la spira.

c) Il campo magnetico non è uniforme e quindi si può avere una forza magnetica non nulla che agisce sulla spira, calcolabile attraverso la seconda legge di Laplace. Vi è una forza su ogni lato della spira, ma le due forze sui lati diretti lungo x risultano opposte: per ogni elemento di filo dx su un lato, vi è un uguale elemento dx sull'altro lato che si trova immerso nello stesso campo magnetico, ma è dotato di corrente che circola in senso opposto. La forza magnetica totale sarà quindi data dai contributi dei lati diretti come l'asse y . Si ha quindi:

$$\vec{F}_{\text{mag}} = \int i d\vec{l} \times \vec{B}(x_B) + \int i d\vec{l} \times \vec{B}(x_A) = -iLB(x_A)\hat{i} + iLB(x_B)\hat{i} = -iL^2 A \hat{i} = -A^2 L^4 v/R \hat{i}$$

Questa forza, in direzione opposta alla velocità, si oppone al moto della spira (legge di Lenz). Per fare in modo che la velocità rimanga costante durante il moto, occorre che dall'esterno si abbia una forza esterna aggiuntiva che annulli tale forza. Si ha quindi:

$$\vec{F}^{(est)} = -\vec{F}_{\text{mag}} = A^2 L^4 v/R \hat{i}$$

il cui modulo vale $|\vec{F}^{(est)}| = A^2 L^4 v/R = 0.0117 \text{ N}$.