Esame scritto di Fisica Generale T-B

(CdL Ingegneria Civile)

Prof. M. Sioli

II appello dell'A.A. 2016-2017 - 31/01/2017

Soluzione Esercizio 1

a) Il tratto con carica $+Q$ produce un campo elettrico nel verso della bisettrice del IV quadrante, il tratto con carica $-Q$ produce un campo elettrico di stesso modulo nel verso della bisettrice del I quadrante. Per simmetria dunque il campo risultante in O è diretto come il versore $\hat{\mathbf{i}}$.

b) Il contributo infinitesimo al campo elettrico in O vale $dE = k\lambda \frac{dl}{R^2}$, dove $\lambda = 2Q/\pi R$ è la densità lineare di carica elettrica e $dl = Rd\alpha$ è l'elemento infinitesimo di arco. Secondo quanto detto nel punto precedente, il campo elettrico totale in O si ottiene calcolando la componente E_x prodotto da ciascuno dei due tratti e sommandoli:

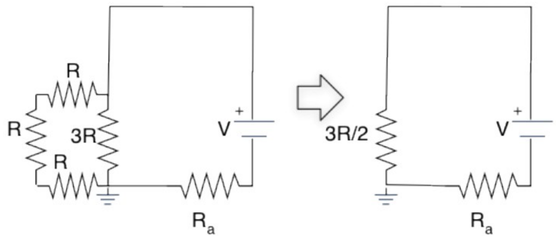
$$E_x = \int dE_x = \int_{\frac{3}{2}\pi}^{0} k\lambda \frac{R\mathrm{d}\alpha}{R^2} \cos\alpha = \frac{k\lambda}{R} \int_{\frac{3}{2}\pi}^{0} \cos\alpha \mathrm{d}\alpha = \frac{\mathrm{k}\lambda}{\mathrm{R}}$$

$$E_{tot} = 2E_x = \frac{2k\lambda}{R} = \frac{4kQ}{\pi R^2} = 317\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

c) Il potenziale in O è nullo in quanto ad ogni contributo infinitesimo proveniente dal tratto positivo ne corrisponde uno uguale e opposto proveniente dal tratto negativo.

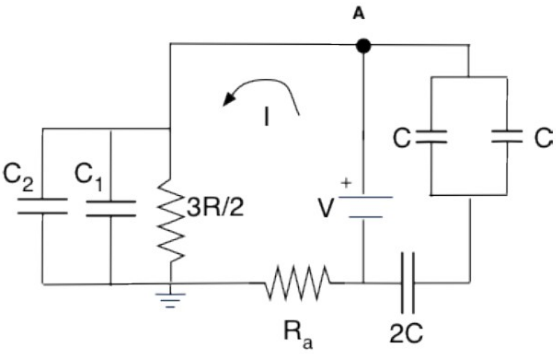
Soluzione Esercizio 2

Considerando che in regime stazionario i condensatori sono delle interruzioni del circuito ci si può ricondurre al seguente schema:



Su tale maglia circola una corrente $I = \mathcal{E}/(3/2R + R) = \mathcal{E}/(5/2R) = \frac{2\mathcal{E}}{5R} = 8 \times 10^{-5}$ A.

a) Poiché in R_1 e in R_2 non c'è caduta di potenziale, l'energia accumulata in regime stazionario può essere calcolata considerando il sistema equivalente:



I due condensatori di sinistra hanno una capacità equivalente pari a $C' = 2C$, i tre di destra pari a $C'' = C$. La differenza di potenziale su C' è pari a $\frac{3}{2}RI = \frac{3}{2}R\frac{2\mathcal{E}}{5R} = \frac{3}{5}\mathcal{E}$ mentre la differenza di potenziale su C'' è pari a $\mathcal{E}$. Quindi:

$$U_E = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}\mathcal{E}\right)^2 2C + \frac{1}{2}\mathcal{E}^2 C = \frac{43}{50}\mathcal{E}^2 C = 1.72 \times 10^{-4}\text{ J}$$

b) La potenza dissipata sulla maglia in cui circola corrente vale $P = 5/2RI^2 = 1.6 \times 10^{-3}$ W.

c) L'energia dissipata su R_1 equivale all'energia accumulata su $C_1 = 3/2RI = 3\mathcal{E}/5$, mentre l'energia dissipata su R_2 equivale all'energia accumulata su $C'' = \frac{1}{2}\mathcal{E}^2 C$. In totale $U(R_1) + U(R_2) = 1.36 \times 10^{-4}$ J.

d) Il potenziale in A equivale alla caduta ohmica sulla resistenza 3/2R e cioè $3\mathcal{E}/5 = 12$ V.

Soluzione Esercizio 3

a) Considerando la lunghezza e la sezione del filo, nella zona centrale possiamo usare l'approssimazione di lunghezza infinita, trascurando l'effetto ai bordi. Applicando il teorema della circuitazione di Ampere, e considerando che il vettore densità di corrente $\vec{J}$ è costante attraverso la sezione, otteniamo che il campo magnetico B nella zona interna al filo vale $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\frac{r}{R}$, mentre al di fuori del filo vale la legge di Biot-Savart. Quindi:

$$B(0.5R) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} = 10^{-3}\,\mathrm{T}$$

mentre fuori dal filo:

$$B(5R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(5R)} = 4 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

b) Il campo elettrico all'interno del filo vale:

$$E = \rho_R J = \rho_R I/S \simeq 9.6 \times 10^3\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}.$$