Esame scritto di Fisica Generale T-B
(CdL Ingegneria Civile)

Prof. M. Sioli

III appello dell'A.A. 2016-2017 - 14/02/2017

Soluzione Esercizio 1

Ricordiamo che, in generale, se si hanno due gusci sferici concentrici di carica q_1 e raggio R_1 e carica q_2 e raggio $R_2 > R_1$, si ha $V_1 = kq_1/R_1 + kq_2/R_2$ e $V_2 = k(q_1 + q_2)/R_2$ (il primo risultato si ottiene sfruttando il fatto che il potenziale è costante e uguale a quello calcolato nel centro, il secondo risultato si ottiene integrando dall'infinito fino alla superficie del guscio esterno).

a) La grande distanza tra C e il sistema AB ci consente di trascurare la interazioni reciproche. Quindi abbiamo:

$$V_C = k\frac{(-2q)}{R} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R}$$
$$V_B = k\frac{2q}{2R} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$
$$V_A = k\frac{q}{R} + k\frac{q}{2R} = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

b) Quando B e C sono connessi, la carica fluisce fino a equalizzare i due potenziali. Indichiamo con q_B e q_C le cariche sui gusci B e C dopo la connessione. Poiché $V_B = V_C$ avremo:

$$k(q + q_B)/(2R) = kq_C/R \rightarrow q + q_B = 2q_C \tag{1}$$

e inoltre, per la conservazione della carica:

$$q_B + q_C = q - 2q = -q. \tag{2}$$

Dal sistema delle due equazioni 1 e 2 si ottiene $q_C = 0$ e $q_B = -q$ (induzione completa). I nuovi potenziali sono dunque:

$$V'_C = 0$$
$$V'_B = k(q - q)/(2R) = 0$$
$$V'_A = k\frac{q}{R} - k\frac{q}{2R} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Soluzione Esercizio 2

In un circuito RC in scarica la carica accumulata sul condensatore varia nel tempo secondo la legge $q(t) = q_0 \exp(-t/RC)$ e quindi l'energia elettrostatica decresce secondo la legge $U(t) = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_0^2}{2C}\exp(-t/RC)$. Il problema chiede di ricavare il tempo t^* per cui si ha $U(t^*) = U_0/2$ ovvero:

$$U(t^*) = U_0/2 \rightarrow \frac{q_0^2}{2C}\exp(-t^*/RC) = \frac{q_0^2}{4C} \tag{3}$$

da cui si ricava

$$t^* = RC \ln 2 = 13.9\,\text{s}.$$

Soluzione Esercizio 3

a) L'altezza del triangolo è $h(t) = h_0 + vt$ e quindi il lato $l(t) = \frac{2}{\sqrt{3}}h(t) = l_0 + \frac{2}{\sqrt{3}}vt$. L'area del triangolo di conseguenza vale $A(t) = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$ e il flusso di B attraverso il triangolo è $\Phi(t) = B_0A(t) = B_0\frac{\sqrt{3}}{4}(l_0+2/\sqrt{3}vt)^2$. Dalla legge di Faraday otteniamo:

$$|\mathcal{E}(t)| = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[B_0\frac{\sqrt{3}}{4}(l_0 + 2/\sqrt{3}vt)^2\right] = B_0v\left(l_0 + \frac{2}{\sqrt{3}}vt\right) = B_0lv \tag{4}$$

Per la legge di Lentz tale f.e.m. indurrà una corrente in senso anti-orario per contrastare la variazione di $\Phi(t)$ creando un campo magnetico perpendicolare e uscente dal foglio.

a) A $t = 5$ s si ha, sostituendo i valori del problema nella 4, $\mathcal{E}(t) = 24.1$ V.
La resistenza, in ogni istante, vale $R = 3lr$ e quindi la corrente vale

$$I = \frac{B_0lv}{3lr} = \frac{B_0v}{3r} = 6.67\text{A} \tag{5}$$

indipendente dal tempo.