Esame scritto di Fisica Generale T-B

(CdL Ingegneria Civile)

Prof. M. Sioli

III appello dell'A.A. 2017-2018 - 07/02/2018

Esercizi

Esercizio 1

Una spira circolare con carica totale $Q = 1$ C e raggio $R = 1$ m, ruota attorno al suo asse (retta perpendicolare al piano su cui posa e passante per il centro) con una frequenza $f = 10\,\text{Hz}$. Definito un punto P sull'asse a distanza R dal centro della spira, determinare:
a) il potenziale elettrico lungo l'asse della spira e il suo valore in P, assumendo nullo il potenziale all'infinito;
b) il campo elettrico lungo l'asse della spira e il suo valore in P;
c) il campo magnetico lungo l'asse della spira e il suo valore in P.

Soluzione Esercizio 1

a) Per il calcolo del potenziale (e del campo elettrico) non ha importanza che la spira sia in rotazione. Scelta l'origine al centro della spira, e indicata con z la coordinata del punto generico lungo l'asse, il contributo infinitesimo al potenziale di un arco di circonferenza su cui è depositata una carica $\mathrm{d}q$ è $\mathrm{d}q/(4\pi\epsilon_0\sqrt{R^2+z^2})$. Pertanto il potenziale totale vale:

$$V(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}},$$

e quindi $V(P) = 6{,}36$ GV.
b) Il campo elettrico è diretto lungo l'asse z e vale:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial z}\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qz}{(R^2+z^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{k}},$$

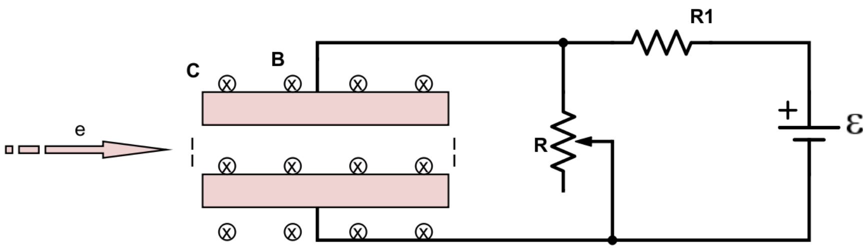
e quindi $E(P) = 3{,}18$ GV/m. Si noti che, quando si è molto distanti dalla spira, l'andamento del campo elettrico è $\sim 1/z^2$, ovvero quello prodotto da una carica puntiforme.
c) La spira carica in rotazione si comporta, a tutti gli effetti, come una spira percorsa da una corrente stazionaria $i = Qf$. Il campo magnetico è diretto lungo l'asse e può essere ricavato dalla prima legge di Laplace, caso notevole affrontato a lezione nella parte di teoria. Il risultato vale:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{iR^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mu_0}{2}\frac{QfR^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{k}},$$

dove abbiamo sostituito alla corrente il prodotto Qf. Quindi $B(P) = 2{,}22\ \mu$T. Si noti che, quando si è molto distanti dalla spira, l'andamento del campo magnetico è $\sim 1/z^3$, ovvero quello prodotto da un dipolo magnetico.

Esercizio 2

Un selettore di energia di un fascio di elettroni è realizzato immergendo il circuito mostrato in figura in un campo magnetico entrante di intensità $|\vec{B}| = 0{,}1$ T. Il campo elettrico, perpendicolare al campo magnetico, è creato da un condensatore piano di grande superficie e distanza tra le piastre $d = 10\,\text{cm}$. Il condensatore è inserito in un circuito in cui $\epsilon = 200$ V, $R_1 = 100\,\Omega$ e R è variabile. Sapendo che la massa dell'elettrone vale $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg, calcolare il valore che deve essere scelto per la resistenza R in modo che vengano selezionati elettroni con energia cinetica $K = 4 \times 10^{-24}$ J.



Soluzione Esercizio 2

Gli elettroni hanno velocità di modulo $v = \sqrt{2K/m} = 2965$ m/s. La forza di Lorentz corrispondente a questa velocità è $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$. Visto che la direzione della traiettoria è perpendicolare al campo magnetico, il modulo della forza è $F_L = qvB$, con verso opposto a quella generata dal campo elettrico sugli elettroni. La forza elettrica che agisce sugli elettroni è invece $F_E = qE = q\Delta V/d$, dove ΔV è la d.d.p. ai capi del condensatore. Per selezionare gli elettroni si richiedono traiettorie rettilinee, e quindi $F_E = F_L$, da cui $\Delta V = dvB = 29{,}65$ V.

Nel circuito, a regime, circola una corrente $i = \epsilon/(R + R_1)$ che produce la d.d.p. $\Delta V = Ri = R\epsilon/(R + R_1)$ ai capi della resistenza R. Sostituendo tale valore nell'espressione trovata in precedenza, otteniamo la resistenza da selezionare:

$$R = R_1 \frac{dvb}{\epsilon - dvb} = 17{,}4\ \Omega.$$