

Esame scritto di Fisica Generale T-B

(CdL Ingegneria Civile)

Prof. M. Sioli

I appello dell'A.A. 2018-2019 - 14/01/2019

Esercizi

Esercizio 1

Tre cariche elettriche positive di valore $Q = 0,6 \mu\text{C}$ possono essere disposte nello spazio in due configurazioni: A - ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 2 \text{ cm}$ e B - lungo una retta, dove le cariche contigue sono separate di L .

- Senza svolgere i conti, individuare quale configurazione (A o B) ha la maggiore energia elettrostatica e spiegarne il motivo;
- Calcolare la differenza di energia elettrostatica $|\Delta U| = |U_A - U_B|$ tra le due configurazioni.

Soluzione Esercizio 1

a) Se indichiamo con gli indici 1, 2 e 3 le tre cariche che sono poste progressivamente sulla retta, si nota che il contributo all'energia tra le cariche 1+2 e le cariche 2+3 sono uguali a quelle della disposizione a triangolo, essendo sempre a distanza L . Le cariche 1 e 3, invece, sono a distanza $2L$ nella configurazione B, e a distanza L nella configurazione A. La configurazione A avrà quindi una energia maggiore.

b) L'energia elettrostatica della configurazione A è $U_A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 q_i V_i$, dove $q_i = Q$ e

$$V_1 = V_2 = V_3 = kQ/L + kQ/L = 2kQ/L.$$

Pertanto $U_A = 3kQ^2/L$. Allo stesso modo si calcola $U_B = \frac{5}{2}kQ^2/L$. Pertanto

$$|\Delta U| = |U_A - U_B| = \frac{kQ^2}{2L} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 L} = 81 \text{ mJ}.$$

Allo stesso risultato si può arrivare più velocemente considerando che le due configurazioni hanno due coppie di cariche con la stessa energia, mentre la terza

coppia è distante L nella configurazione A e $2L$ nella configurazione B. Quindi, $\Delta U = kQ^2/L - kQ^2/(2L) = kQ^2/(2L)$.

Esercizio 2

Un cannone di un tubo catodico, funzionante con un fascio di elettroni, è costituito da una prima regione di accelerazione, ad opera di un campo elettrico di modulo $E = 15 \text{ kV/m}$ e diretto parallelamente al fascio, e da una seconda regione di deviazione del fascio, ad opera di un campo magnetico di modulo $B = 1 \text{ mT}$ e diretto perpendicolarmente al fascio. Sapendo che gli elettroni hanno massa $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ e carica elettrica $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, partono da fermi, attraversano la regione di accelerazione in un tempo di $t_a = 3 \text{ ns}$ e quella di deviazione in un tempo di $t_d = 2 \text{ ns}$, calcolare:

- la velocità degli elettroni al termine della zona di accelerazione;
- il modulo della forza che agisce nella regione di deviazione;
- l'angolo di deviazione del fascio, cioè l'angolo formato tra le direzioni del fascio prima e dopo la regione di campo magnetico.

Soluzione Esercizio 2

a) Nella regione di accelerazione è presente il solo campo elettrico, quindi il moto è uniformemente accelerato. Dalle formula della cinematica del punto materiale ricaviamo dunque:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= m\vec{a} = q\vec{E} \\ a &= \frac{|q| \cdot |\vec{E}|}{m} = 2,63 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2 \\ v &= a \cdot t_a = 7,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}\end{aligned}$$

b) Nella regione in cui è presente il campo magnetico agisce la sola forza di Lorentz, che devia l'elettrone lungo un arco di cerchio senza modificarne il modulo della velocità. La forza di Lorentz è data da:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ |\vec{F}| &= |q|vB = 1,26 \cdot 10^{-15} \text{ N}\end{aligned}$$

c) L'angolo θ tra le direzioni del fascio prima e dopo la regione di campo magnetico può essere ricavata conoscendo il raggio del cerchio (raggio di curvatura), che è dato da:

$$R = mv/(|q|B) = 4,5 \text{ cm}$$

L'angolo θ è l'angolo del settore circolare descritto dalla traiettoria della particella, come si può dedurre dalla figura, e quindi:

$$\theta = vt_d/R = 0,351 \text{ rad} = 20,1^\circ$$

