PUNTI IMPORTANTI DELLA CINEMATICA

Localizzazione di un punto: 3 coordinate spaziali + 1 temporale
- Coord. cartesiane P(x,y,z), $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ assi fissi
- Coord. Polari Sferiche P(r,θ,φ), $\hat{u}_r, \hat{u}_\vartheta, \hat{u}_\varphi$ dipendono dal punto
- Coord. Polari Cilindriche P(ρ,φ,z), $\hat{u}_\rho, \hat{u}_\varphi, \hat{u}_z$ dipendono dal punto
- Coord. intrinseche (traiettoria fissa) P(s ascissa curvilinea), $\hat{u}_t, \hat{u}_n$ dipendono dalla traiettoria

Derivata di un versore: $\dfrac{d\hat{u}}{dt} = \dot{\varphi}\hat{u}_n = \vec{\omega}\times\hat{u}$

Derivata di un vettore: $\vec{b} = b\hat{u} \quad \rightarrow \quad \dfrac{d\vec{b}}{dt} = \dot{b}\hat{u} + b\dot{\varphi}\hat{u}_\perp = \dot{b}\hat{u} + b\vec{\omega}\times\hat{u}$

$\vec{r}$ vettore posizione [L], s ascissa curvilinea (è uno scalare) [L]

Equazione del moto $\vec{r} = \vec{r}(t) \rightarrow \begin{cases} \vec{r} = \vec{r}(s) & \text{equazione della traiettoria} \\ s = s(t) & \text{legge oraria} \end{cases}$

Vettore spostamento $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$ [L], se $t_2 \rightarrow t_1$ o stessa cosa $\Delta t \rightarrow 0 \rightarrow \Delta\vec{r} = d\vec{r}$

Velocità scalare media $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ istantanea $v_i = \dfrac{ds}{dt}$

Velocità vettoriale media $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ istantanea $\vec{v}_i = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

La velocità è sempre tangente alla traiettoria e si misura in $[L][T]^{-1}$

Accelerazione vettoriale media $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ istantanea $\vec{a}_i = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

L'accelerazione si misura in $[L][T]^{-2}$

Posizione, velocità ed accelerazione in:

Coord. Cartesiane

Posizione $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$

Velocità $\vec{v}(t) = \dfrac{dx}{dt}\hat{i} + \dfrac{dy}{dt}\hat{j} + \dfrac{dz}{dt}\hat{k}$

Accelerazione $\vec{a}(t) = \dfrac{dv_x}{dt}\hat{i} + \dfrac{dv_y}{dt}\hat{j} + \dfrac{dv_z}{dt}\hat{k} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \dfrac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \dfrac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$

Coord. Polari sferiche

Posizione $\vec{r}(t) = r(t)\hat{u}_r$

Velocità $\vec{v}(t) = \dot{r}\,\hat{u}_r + r\dot{\theta}\,\hat{u}_\theta = \dot{r}\,\hat{u}_r + r\omega\hat{u}_\theta = \dot{r}\,\hat{u}_r + \vec{\omega}\times\vec{r}$

Accelerazione $\vec{a}(t) = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{u}_r + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{u}_\theta$

Coord. intrinseche

Posizione $s = s(t)$

Velocità $\vec{v}(t) = \dot{s}\,\hat{u}_t = v_s\,\hat{u}_t$

Accelerazione $\vec{a}(t) = \dot{v}_s\,\hat{u}_t + \frac{v_s^{\,2}}{\rho}\hat{u}_n = \ddot{s}\,\hat{u}_t + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\hat{u}_n$

Moti più comuni

Moto rettilineo uniforme

	Coordinate Cartesiane	Coordinate intrinseche
Posizione	$x(t) = x_o + v_0 t$	$s(t) = s_o + v_s t$
Velocità	$v_x(t) = \cos t$	$\vec{v}(t) = v_s\hat{u}_t$
Accelerazione	$\vec{a}(t) = 0$	$\vec{a}(t) = 0$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

	Coordinate Cartesiane	Coordinate intrinseche
Posizione	$x(t) = x_o + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$s(t) = s_o + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
Velocità	$v_x(t) = v_{x_0} + a_x t$	$\vec{v}(t) = \left(v_o + at\right)\hat{u}_t$
Accelerazione	$a_x(t) = \cos t$	$\vec{a}(t) = \dot{v}_s\hat{u}_t$

Moto circolare uniforme

	Coord. Cartesiane	Coord. intrinseche	Coord. polari
Posizione	$\vec{r}(t) = R\left(\cos(\omega t)\hat{i} + sen(\omega t)\hat{j}\right)$	$s(t) = s_o + v_s t$	$\vec{r}(t) = R\vec{u}_r$
Velocità	$\vec{v}(t) = R\omega\left(-sen(\omega t)\hat{i} + \cos(\omega t)\hat{j}\right)$	$\vec{v}(t) = v_s\hat{u}_t$	$\vec{v}(t) = R\omega\hat{u}_\theta$
Acceler	$\vec{a}(t) = -R\omega^2\left(\cos(\omega t)\hat{i} + sen(\omega t)\hat{j}\right)$	$\vec{a}(t) = \frac{v_s^{\,2}}{R}\hat{u}_n = \omega^2 R\hat{u}_n$	$\vec{a}(t) = -\omega^2 R\hat{u}_r = -\omega^2\vec{r}$

Utilizzando il vettore $\vec{\omega}$

Velocità $\vec{v}(t) = \vec{\omega}\times\vec{r}$

Acceler $\vec{a}(t) = \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$

Velocità areolare: $\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{v}$ Accelerazione areolare $\dot{\vec{A}} = \frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{a}$

Trasformazioni tra 2 sistemi di riferimento: uno fisso inerziale e l'altro in moto rettilineo uniforme $\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{r}_{00'}(t)$ $\vec{v}(t) = \vec{v}'(t) + \vec{v}_{00'}(t)$ $\vec{a}(t) = \vec{a}'(t)$

qualsiasi (non inerziale)

$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{r}_{00'}(t)$ $\vec{v}(t) = \vec{v}'(t) + \vec{v}_{00'}(t) + \vec{\omega}\times\vec{r}'$ $\vec{a}(t) = \vec{a}'(t) + 2\vec{\omega}\times\vec{v}' + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}'\right) + \vec{a}_{00'}$