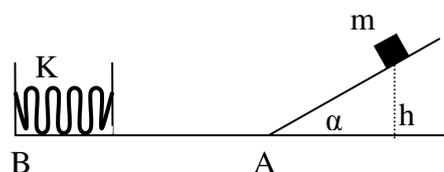


ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE L-A
CdL in Ingegneria Elettronica, delle Telecomunicazioni, Informatica,
Chimica ed Ambientale- Proff. R. Spighi, M. Villa, A. Zoccoli
13/12/2008

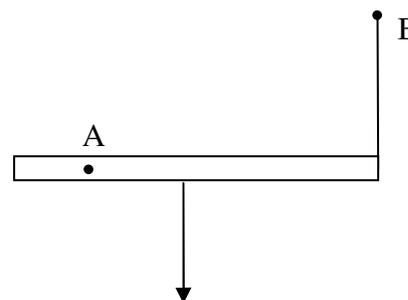
Esercizi:

1) Un punto materiale di massa $m=50\text{ g}$ è inizialmente fermo su di un piano inclinato di un angolo $\alpha=45^\circ$ rispetto ad un piano orizzontale ed è posto ad una quota $h=80\text{ cm}$. Scendendo lungo il piano, il punto materiale raggiunge il piano orizzontale liscio dove continua il suo moto fino ad incontrare una molla di costante elastica $K=0,1\text{ kg/s}^2$, inizialmente a riposo e con l'estremo B vincolato. Determinare:



- a) la velocità del punto in A sapendo che il piano inclinato ha un coefficiente d'attrito cinetico pari a $\mu_c=0.1$
- b) la compressione massima della molla.

2) In un piano orizzontale privo di attrito e' presente una sbarra ideale di lunghezza $L=120\text{ cm}$ e massa $M=8\text{ kg}$ vincolata a ruotare attorno ad un punto A posto ad $L/4$ da un estremo. La sbarra e' vincolata all'estremo opposto da un filo inestensibile che forma un angolo di 90° con la sbarra ed opportunamente fissato sul piano in un punto B. Sul centro di massa della sbarra agisce anche una forza $F=20\text{ N}$, giacente nel piano e disposta come in figura. Sapendo che l'intero sistema è in condizioni di equilibrio stabile, determinare:



- 1) tensione nel filo inestensibile
- 2) reazione vincolare in A.
- 3) momento d'inerzia della sbarra rispetto ad un asse passante per A e ortogonale al piano.

3) Dato il campo di forze $\vec{F}(\vec{r}) = K_1 z \hat{i} - 4y^2 \hat{j} - K_2 x \hat{k}$

- a) determinare le dimensioni delle costanti K_i
- b) determinare le condizioni sulle costanti K_i che rendono conservativo il campo di forze;
- c) in tali condizioni, scriverne il potenziale;
- d) trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione sul percorso O - A - B, dove i punti hanno coordinate cartesiane rispettivamente O (0,0,0), A(-2,2,0), B(-2,1,-1), assumendo $K_1 = -K_2 = 2$ nelle opportune unità di misura del SI.

Domande:

- 4) Enunciare e discutere il terzo principio della dinamica.
- 5) Discutere almeno due condizioni per cui una forza e' conservativa.
- 6) Enunciare e discutere il teorema di König per il corpo rigido.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. Si ricordi che $g = 9,8\text{ m/s}^2$

SOLUZIONI

Problema 1

1) Sul punto materiale agiscono 3 forze: la forza peso diretta lungo la verticale verso il basso, la forza di attrito F_a diretta lungo il piano inclinato verso l'alto e la reazione del vincolo \vec{R} perpendicolare al piano inclinato. Scegliamo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale XY con l'asse X diretta come il piano inclinato verso l'alto e l'asse Y perpendicolare all'asse X con verso sempre in alto. Dunque la risultante delle forze sul punto materiale può essere scomposta lungo gli assi X e Y:

$$\begin{cases} F_x = F_a - mg \sin \alpha = \mu_c R - mg \sin \alpha = \mu_c mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = mg(\mu_c \cos \alpha - \sin \alpha) \\ F_y = -mg \cos \alpha + R = 0 \end{cases}$$

A questo punto si deve verificare che $F_x < 0$ cioè che la forza faccia scendere effettivamente il corpo: $F_x < 0 \Leftrightarrow mg(\mu_c \cos \alpha - \sin \alpha) < 0 \rightarrow \mu_c < \tan \alpha \rightarrow 0.1 < 1.0$ cvd. Per trovare la velocità nel punto A basta applicare il teorema delle forze vive, prendendo come istante iniziale il punto di partenza (punto materiale fermo) e come istante finale il punto A. L'unica forza che compie lavoro è F_x poichè agisce lungo la direzione del moto, mentre F_y non contribuisce in quanto nulla (e non avrebbe contribuito comunque in quanto perpendicolare alla direzione del moto). Dunque, applicando il

Teorema delle forze vive: $\int_{in}^{fin} \vec{F} \cdot d\vec{l} = T_{fin} - T_{in}$

dove: $T_{fin} - T_{in} = \frac{1}{2} m V_A^2$ e

$$\int_{in}^{fin} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{in}^{fin} (-F_x)(-dx) = \int_0^{-L} mg(\mu_c \cos \alpha - \sin \alpha) dx = mg(\mu_c \cos \alpha - \sin \alpha) \int_0^{-L} dx = -mg(\mu_c \cos \alpha - \sin \alpha)L$$

Sapendo che $L \sin \alpha = h$ si ottiene $V_A = \sqrt{2gh \left(1 - \frac{\mu_c}{\tan \alpha}\right)} = 3.76 \text{ m/s}$

2) Sul piano orizzontale non c'è attrito \rightarrow si può utilizzare la conservazione dell'energia meccanica: essendo il corpo sempre alla stessa altezza possiamo evitare di scrivere l'energia potenziale della massa m dovuta al suo peso ($-mgh$) perchè è la stessa lung: tutto il percorso

$$E_A = E_B \rightarrow \frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{m}{K} V_A^2} = \sqrt{\frac{m}{K} 2gh \left(1 - \frac{\mu_c}{\tan \alpha}\right)} = 2.95 \text{ m}$$

Problema 2

1 e 2) Sulla sbarra agiscono 4 forze:

- la forza peso che agisce sul centro di massa (punto di mezzo della sbarra);
- la reazione vincolare del piano orizzontale su cui è appoggiata la sbarra che bilancia esattamente la forza peso;
- la reazione vincolare del perno in A;
- la tensione del filo che agisce all'estremità della sbarra (vedi figura);
- la forza $F=20 \text{ N}$ applicata sul centro di massa come in figura.

Essendo la sbarra appoggiata sul piano orizzontale, omettiamo di considerare la forza peso e la reazione vincolare del piano in quanto, come già detto, sono vettorialmente l'una l'opposto dell'altra. Scegliamo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale in cui l'asse X è diretto

come la sbarra (verso destra), l'asse Y perpendicolare all'asse X (verso l'alto) ed appartenente al piano su cui poggia la sbarra (il piano del foglio per intenderci), l'asse Z perpendicolare al piano del foglio e l'origine sul punto A. In questo sistema la tensione del filo e la forza applicata sul centro di massa sono dirette lungo \hat{j} dunque, trovandoci in condizioni di equilibrio stabile (somma di tutte le forze = 0). la reazione del vincolo dovuta al perno A deve essere anch'essa diretta lungo \hat{j} .

Condizioni di staticità:

$$\sum \vec{F} = 0 \rightarrow R_A + T - F = 0 \text{ lungo } \hat{j} \quad \text{e} \quad \sum \vec{M} = 0 \rightarrow -F \frac{1}{4}L + T \frac{3}{4}L = 0 \text{ lungo } \hat{k}$$

Risolviendo il sistema si ottiene:

$$T = \frac{1}{3}F\hat{j} = 6.67 \text{ N (verso l'alto)} \quad \text{e} \quad \bar{R}_A = \frac{2}{3}F\hat{j} = 13.33 \text{ N (verso l'alto)}$$

3) Sapendo che il momento d'inerzia di una sbarra rispetto al centro di massa è $I_G = \frac{1}{12}ML^2$ e usando il teorema di Huygens-Steiner si

$$\text{ottiene: } I_A = I_G + M \left(\frac{L}{4} \right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{16}ML^2 = \frac{7}{48}ML^2 = 1.4 \text{ kgm}^2$$

Problema 3

1) Le dimensioni fisiche di K_1 e K_2 sono una forza/lunghezza $\rightarrow MT^{-2} = \text{kg s}^{-2}$

2) Calcolando il rotore, lungo la direzione \hat{j} si ottiene $K_1 + K_2$ che si annulla (cioè rendono il campo conservativo) per $K_1 = -K_2$

$$3) V = \frac{4}{3}y^3 + K_2xz$$

4) Il campo è conservativo dunque dipende solo dal punto iniziale (O) e da quello finale (B), indipendentemente dal percorso seguito.

$$L = V_O - V_B = \frac{4}{3} + 2K_2 = -\frac{8}{3} \text{ nelle opportune unità di misura}$$