Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica ed Informatica

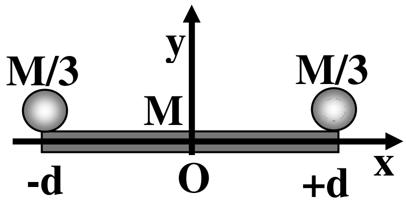
**FISICA GENERALE L-A**

**(23 Giugno 2008)**

Proff. Roberto Spighi e Antonio Zoccoli

# (A)

**1)** Su entrambe le estremità di un'asta rigida ed omogenea di massa ***M*** e lunghezza ***2d*** viene fissato un oggetto puntiforme di massa ***M/3*** (vedi figura). Il sistema giace su un piano orizzontale e ruota attorno ad un asse verticale passante per il suo centro di massa con velocità angolare $\omega_i$. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità (si considerino trascurabili tutti gli attriti):

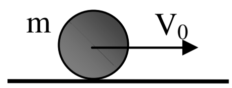



a) il momento d'inerzia $I_i$ del sistema rispetto all'asse di rotazione;
b) il modulo del momento angolare $K$ del sistema rispetto all'asse di rotazione.

Se le due masse sono avvicinate all'asse di rotazione dell'asta dimezzandone la distanza iniziale, determinare:

c) il modulo della velocità angolare $\omega_f$ del sistema;
d) la variazione di energia meccanica del sistema.

**2)** Una moneta (assimilabile ad un disco omogeneo di massa M, raggio R e spessore trascurabile) posta in posizione verticale si muove su un tavolo orizzontale con velocità iniziale $v_o$=1 m/s. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra tavolo e moneta è $\mu_D$ =0.4 mentre quello statico è pari a $\mu_S$ =0.5, determinare la lunghezza L del tratto percorso dalla moneta prima di fermarsi nel caso in cui:




a. strisci sul tavolo senza rotolare;
b. rotoli senza strisciare.

**3)** Stabilire se il campo di forze $\vec{F} = -\alpha y^3\vec{i} - 3\alpha xy^2\vec{j} - 3\beta z^2\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti $\alpha$ e $\beta$?

**4)** Un treno si muove lungo x ad una velocità costante di modulo $v_t$ rispetto al terreno. Un ragazzo all'interno del treno lancia un sasso lungo y con velocità iniziale di modulo $v_0$. Trascurando la resistenza dell'aria, determinare:

a) il modulo e l'angolo rispetto all'asse x della velocità del sasso per una ragazza ferma rispetto al terreno;
b) la gittata del sasso osservata rispettivamente dal ragazzo e dalla ragazza.

**5)** Un punto materiale di massa m=6M si muove su di un piano orizzontale liscio con velocità costante. Ad un certo istante il punto esplode e si suddivide in tre parti di massa $m_A$=3M, $m_B$=M e $m_C$=2M, che si muovono sul piano orizzontale rispettivamente con velocità $\vec{V}_A = V_0\vec{i}$, $\vec{V}_B = V_0\vec{j}$ e $\vec{V}_C = -2V_0\vec{i} - V_0\vec{j}$, determinare:

a) la velocità del punto materiale prima dell'esplosione;
b) l'energia rilasciata nell'esplosione.

**6)** Enunciare e discutere la legge di gravitazione universale e le tre leggi di Keplero.

# Soluzioni compito A

Esercizio 1

a) $I_i = I_{asta} + 2I_{oggetto} = \frac{1}{12}M(2d)^2 + 2\frac{M}{3}d^2 = \frac{1}{3}Md^2 + 2\frac{M}{3}d^2 = Md^2$

2) $\left|\vec{K}\right| = I_i\left|\vec{\omega}_i\right| = Md^2\left|\vec{\omega}_i\right|$

3) Il sistema è isolato, il momento angolare si conserva $\rightarrow$ $I_i\left|\vec{\omega}_i\right| = I_f\left|\vec{\omega}_f\right|$ $\rightarrow$ $\left|\vec{\omega}_f\right| = \frac{I_i}{I_f}\left|\vec{\omega}_f\right|$ dove

$I_f = I_{asta} + 2I_{ragazzo} = \frac{Md^2}{3} + 2\frac{M}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}Md^2$, da cui: $\omega_f = 2\omega_i$

4) L'energia meccanica in questo caso è data dalla sola energia cinetica di rotazione $E = \frac{1}{2}I\omega^2$

Considerando la situazione iniziale e finale, $\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}(I_f\omega_f^2 - I_i\omega_f^2) = \frac{1}{2}Md^2\omega_i^2$

Che è il lavoro fatto dai due oggetti puntiformi contro la forza centrifuga

Esercizio 2

Il problema si può affrontare in due modi diversi, scrivendo le equazioni del moto oppure usando il teorema delle forze vive (il lavoro fatto da tutte le forze è uguale alla variazione di energia cinetica)

a) Forze vive $-\frac{1}{2}mv_o^2 = -\mu mgL \rightarrow L = \frac{v_o^2}{2\mu g} = 12.8cm$

Eq.Moto $\begin{cases} \frac{dv}{dt} = a \xrightarrow{a=-\mu g} dv = -\mu g dt \longrightarrow v = v_o - \mu g t \xrightarrow{v=0} t = \frac{v_o}{\mu g} \\ \frac{dx}{dt} = v \xrightarrow{sostituendo} \frac{dx}{dt} = v_o - \mu g t \longrightarrow L = x_o + v_o t - \frac{1}{2}\mu g t^2 \xrightarrow{x_o=0,t=v_0/\mu g} = \frac{v_o^2}{2\mu g} \end{cases}$

b) La forza di attrito è statico e non compie lavoro per cui in assenza di altri attriti la moneta non si ferma: L=∞

Esercizio 3

Il rotore del campo è nullo, dunque il campo è conservativo. Calcolando il lavoro su un cammino rettilineo a tratti tra l'origine e il punto generico C(*x,y,z*) si ottiene l'energia potenziale $V = \alpha x y^3 + \beta z^3$. La costante α ha dimensioni [M $L^{-2}T^{-2}$]e unità di misura *$N/m^3$* oppure *$Kg/m^2s^2$*, mentre β ha dimensioni [$ML^{-1}T^{-2}$] e si misura in *$N/m^2$*.

Esercizio 4

Il sistema è inerziale perché il treno si muove con velocità costante. Le componenti della velocità del sasso per il ragazzo sul treno sono: $v_x = 0 \quad v_y = v_o$. Per la ragazza a terra la componente *y* della velocità non cambia, mentre la componente *x* si somma alla velocità del treno dunque $v'_x = v_t$ e $v'_y = v_o$. Ella vedrà quindi una velocità di modulo $v' = \sqrt{v_o^2 + v_t^2}$. L'angolo rispetto all'asse x è dato da: $\mathrm{arc}\,tg\theta = \frac{v'_y}{v'_x} = \frac{v_o}{v_t}$

b) La gittata del sasso vista dal ragazzo è ovviamente 0. Vista dalla ragazza può essere ottenuta ricavando l'equazione della traiettoria del sasso (rispetto ovviamente alla ragazza). L'unica forza agente sul sasso è la forza di gravità che produce un moto parabolico. Le equazioni del moto sui due assi sono: $\begin{cases} x = x_o + v_t t \\ y = y_o + v_o t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$ da cui ricavando il tempo dalla prima e sostituendolo nella seconda si ottiene l'equazione della traiettoria (in questo caso $x_o = 0$ e $y_o = 0$) che risulta: $y = \frac{v_o}{v_t} x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_t^2}$. La gittata massima si ottiene quando y=0 da cui risulta: x=0 (punto di partenza) e $x = \frac{2 v_t v_o}{g}$ gittata massima.

Esercizio 5

a) Conservazione della quantità di moto $\vec{Q}_{ini} = \vec{Q}_{fin}$ dove $\vec{Q}_{ini} = m\vec{v}_{ini} = 6M(v_x \hat{i} + v_y \hat{j})$ e $\vec{Q}_{fin} = m_a \vec{v}_a + m_b \vec{v}_b + m_c \vec{v}_c = 3Mv_o \hat{i} + Mv_o \hat{j} + 2M(-2v_o \hat{i} - v_o \hat{j}) = -Mv_o \hat{i} - Mv_o \hat{j}$ da cui risulta $v_x = -\frac{1}{6} v_o$ e $v_y = -\frac{1}{6} v_o$

b) Energia iniziale $E_{ini} = \frac{1}{2} m v_{ini}^2$ dove $v_{ini}^2 = v_x^2 + v_y^2 = \frac{1}{36} v_o^2 + \frac{1}{36} v_o^2 = \frac{1}{18} v_o^2$ e $m = 6M$ dunque $E_{ini} = \frac{1}{6} M v_o^2$

Energia finale $E_{fin} = \frac{1}{2} m_a v_a^2 + \frac{1}{2} m_b v_b^2 + \frac{1}{2} m_b v_b^2$ dove $v_a^2 = v_o^2$, $v_b^2 = v_o^2$ e $v_c^2 = 4v_o^2 + v_o^2 = 5v_o^2 \rightarrow E_{fin} = \frac{1}{2} 3Mv_o^2 + \frac{1}{2} Mv_o^2 + \frac{1}{2} 2M 5v_o^2 = 7Mv_o^2$

$\Delta E = E_{fin} - E_{ini} = 7Mv_o^2 - \frac{1}{6} Mv_o^2 = \frac{41}{6} Mv_o^2$.