

(A)

- 1) Un punto materiale percorre una circonferenza di raggio R con un'accelerazione tangenziale costante. Supponendo che il punto materiale parta da fermo e che dopo mezzo giro abbia raggiunto una velocità di modulo V_1 , determinare:
- il modulo dell'accelerazione tangenziale del punto materiale dopo mezzo giro;
 - il modulo della velocità del punto materiale dopo un quarto di giro;
 - il modulo dell'accelerazione del punto materiale dopo un quarto di giro.

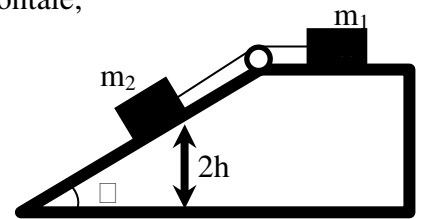
Per la soluzione si utilizzino i dati: $R=1000\text{m}$, $V_1 = (\text{ultima cifra del numero di matricola} + 1)\text{m/s}$.

- 2) Due corpi di massa m_1 ed m_2 sono appoggiati rispettivamente su di un piano orizzontale scabro e su di un piano liscio inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$ (vedi figura). Sapendo che il sistema è in equilibrio stabile, determinare:

- il minimo coefficiente di attrito statico tra m_1 e la superficie orizzontale;
- la tensione del filo.

Ad un certo istante il filo viene tagliato, supponendo che m_2 , al momento del taglio, si trovi ad un'altezza $2h$ rispetto all'orizzontale, determinare:

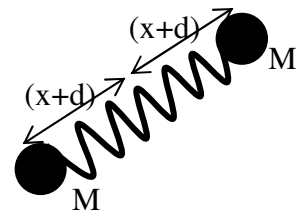
- il modulo della sua velocità quando tocca il suolo.



- 3) Due oggetti puntiformi di ugual massa M sono collegati ad una molla avente lunghezza a riposo $2d$, costante elastica k e massa trascurabile. Il sistema, appoggiato su di un piano orizzontale liscio, sta ruotando in senso antiorario attorno ad un asse fisso passante per il centro di massa del sistema con una velocità angolare costante ω . Nell'ipotesi che le due masse si mantengano ciascuna a distanza costante $(x+d)$ dall'asse di rotazione, determinare:

- la distanza x ;
- il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione.

Per la soluzione si utilizzino i seguenti dati: $M = (\text{ultima cifra del numero di matricola} + 1)\text{kg}$, $d=1\text{m}$, $\omega=0.1\text{ rad/s}$ e $k=1\text{N/m}$.

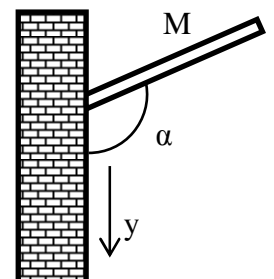


- 4) Dato il campo di forze $\vec{F}(\vec{r}) = -2\alpha xy^3\hat{i} - 3\alpha x^2y^2\hat{j} + \beta\hat{k}$ determinare:

- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
- stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente la funzione energia potenziale;
- trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,1,1) al punto B di coordinate (2,2,2).

- 5) Una sbarra omogenea, di lunghezza $D = 1\text{m}$, sezione trasversale trascurabile e massa $M = (\text{all'ultima cifra del numero di matricola} + 1)\text{kg}$, può ruotare senza attrito su un piano verticale attorno ad un asse fisso passante per una sua estremità. Inizialmente la sbarra è tenuta ferma ad un angolo $\alpha = 120^\circ$ rispetto alla verticale orientata verso il basso (vedi figura) poi è lasciata libera. Determinare:

- il vettore accelerazione angolare appena lasciata libera la sbarra;
- il vettore velocità angolare ω nel momento in cui la sbarra passa per la verticale;
- il vettore momento della quantità di moto rispetto all'asse di rotazione nel momento in cui la sbarra passa per la verticale.

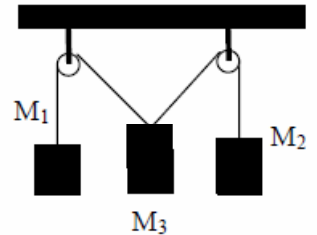


- 6) Enunciare e discutere le quantità che si conservano negli urti.

(B)

- 1) Un punto materiale di massa m =(ultima cifra del numero di matricola + 1)kg ruota in senso antiorario su una circonferenza di raggio $r=1\text{m}$, con una velocità tangenziale data da $v_t = v_0 - At$ con $v_0=4\text{m/s}$ e $A=1\text{ m/s}^2$. Determinare al tempo $t=2\text{s}$:
- il modulo dell'accelerazione della massa m ;
 - il vettore momento della quantità di moto della massa m rispetto al centro della circonferenza;
 - il numero di giri che la massa m compie da $t=0\text{s}$ sino all'istante in cui inverte il verso di percorrenza sulla traiettoria.

- 2) Due pesi di massa $M_1= M_2=$ (all'ultima cifra del numero di matricola +1)kg, sostengono, tramite il sistema di due carrucole mostrato in figura, una terza massa incognita M_3 . Sapendo che i due fili inclinati si trovano a $\theta=45^\circ$ rispetto alla verticale e che tutto il sistema si trova in condizioni statiche, determinare
- la massa M_3 ;
 - la tensione dei due fili.



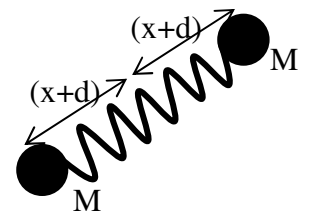
Ad un certo istante la massa M_3 si divide in due parti uguali, una collegata al sistema di carrucole e l'altra libera di cadere. Determinare

- l'accelerazione iniziale delle due parti.

- 3) Due oggetti puntiformi di ugual massa M sono attaccati ad una molla avente lunghezza a riposo $2d$, costante elastica k e massa trascurabile. Il sistema, appoggiato su di un piano orizzontale liscio, sta ruotando in senso antiorario attorno ad un asse fisso passante per il centro di massa del sistema con una velocità angolare costante ω . Nell'ipotesi che le due masse si mantengano ciascuna a distanza costante $(x+d)$ dall'asse di rotazione, determinare:

- la distanza x ;
- il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione.

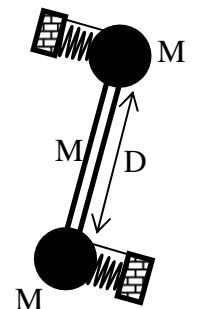
Per la soluzione si utilizzino i seguenti dati: $M=$ (ultima cifra del numero di matricola + 1)kg, $d=1\text{m}$, $\omega=0.1\text{ rad/s}$ e $k=1\text{N/m}$.



- 4) Dato il campo di forze $\vec{F}(\vec{r}) = -\alpha z^3 \hat{i} + 2\beta y \hat{j} - 3\alpha x z^2 \hat{k}$ determinare:
- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
 - trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,1,1) al punto B di coordinate (2,2,2).

- 5) Un corpo rigido è costituito da una sbarra orizzontale sottile ed omogenea di lunghezza $D=4\text{m}$ e massa $M=$ (all'ultima cifra del numero di matricola +1)kg, libera di ruotare attorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Alle sue estremità sono fissati due dischi orizzontali ciascuno di massa M e raggio $R=1\text{m}$. Nel sistema sono anche presenti due molle di massa trascurabile e costante elastica $k=1\text{N/m}$, ognuna compressa di una lunghezza $\Delta l=1\text{cm}$ dall'azione di un filo fissato da una parte al rispettivo disco e dall'altra ad un perno fissato al piano (vedi figura). Ad un certo istante i fili che comprimono le molle vengono tagliati mettendo in rotazione il sistema. Determinare:

- il momento d'inerzia del sistema rispetto al centro di massa;
- il vettore accelerazione angolare del sistema nell'istante in cui vengono tagliati i fili;
- il vettore velocità angolare del sistema dopo la completa estensione delle molle.



- 6) Enunciare e discutere il secondo principio della dinamica in un sistema di riferimento non inerziale.

Soluzioni compito A:

Esercizio 1:

- a) Il moto è uniformemente accelerato in quanto l'accelerazione tangenziale è costante. Il punto percorre una circonferenza dunque l'accelerazione avrà anche una componente centripeta che però non varia il modulo della velocità, ma solo la sua direzione; detto questo, per determinare il modulo dell'accelerazione tangenziale $|\vec{a}_t|$ posso utilizzare le equazioni del moto uniformemente accelerato per una traiettoria rettilinea. Prendendo un sistema di riferimento con l'origine nel punto dove la macchina inizia (da ferma) il suo moto, abbiamo:

$$\begin{cases} v = a_t t \\ s = \frac{1}{2} a_t t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c.s. \\ t^2 = \frac{2s}{a_t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_t = \frac{v_1^2}{2s} \\ c.s. \end{cases} \text{ dopo mezzo giro } (s = \pi R) \quad \begin{cases} a_t = \frac{v_1^2}{2\pi R} \\ c.s. \end{cases}$$

- b) Usando l'accelerazione trovata al punto a), trovo l'espressione della velocità dopo un quarto di giro:

$$v_2 = \sqrt{2sa_t} = \sqrt{2\pi R/2 a_t} = \sqrt{\pi R a_t}$$

- c) Utilizzando le soluzioni dei punti a) e b) si ottiene

$$\vec{a} = a_t \hat{t} + a_n \hat{n} = a_t = \frac{v_1^2}{2\pi R} \hat{t} + \frac{v_2^2}{R} \hat{n} = \frac{v_1^2}{2\pi R} \hat{t} + \frac{\pi R a_t}{R} \hat{n}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{v_1^2}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{\pi R a_t}{R}\right)^2}$$

Esercizio 2:

- a-b) All'istante iniziale ho su ogni massa $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Prendiamo come asse x la direzione dell'eventuale

moto cioè una retta orizzontale per m_1 ed una parallela al piano inclinato per m_2 ; come verso prendiamo come positivo quello dell'eventuale moto (verso sinistra nel disegno). L'asse y è quello perpendicolare ad x. Le forze che agiscono sui corpi sono dovute alla forza di gravità, alla tensione del filo (essendo un solo filo ideale ha solo un valore di tensione che chiameremo T), alla reazione del vincolo (il piano) ed alla forza di attrito. Scriviamo la $\vec{F} = m\vec{a}$ (con $\vec{a} = 0$ dato che tutto è fermo) lungo x e y per i due corpi:

$$\text{corpo } m_1 \quad \begin{cases} T - F_A = 0 \\ R_1 - P_1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T - \mu_s R_1 = 0 \\ R_1 = m_1 g \end{cases}$$

$$\text{corpo } m_2 \quad \begin{cases} -T + P_2 \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = 0 \\ R_2 - P_2 \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T = P_2 \sin \theta \\ R_2 = P_2 \cos \theta \end{cases}$$

le incognite sono T e μ_s facilmente ricavabili dal sistema: $T = m_2 g \sin \vartheta$ e $\mu_s = \frac{m_2}{m_1} \sin \vartheta$

c) Dopo il taglio del filo, sul corpo m_2 le uniche forze in gioco sono la forza peso (conservativa) e la reazione vincolare che non compie lavoro in quanto perpendicolare al moto: possiamo usare la conservazione dell'energia:

$$E_i = E_f \Rightarrow m_2 g 2h = \frac{1}{2} m_2 v^2 \Rightarrow v = 2\sqrt{gh}$$

Esercizio 3

a) Fissiamo un sistema di riferimento con origine O nel centro di massa del sistema (cioè a metà della molla), asse X nel piano e che ruota seguendo le due masse, asse Y sempre sul piano perpendicolare all'asse X e asse Z perpendicolare al piano XY (cioè uscente dal foglio). In questo sistema di riferimento, le due masse puntiformi sono ferme dunque la risultante di tutte le forze è zero: trattandosi di un sistema di riferimento non inerziale, la risultante di tutte le forze si scrive:

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_c = 2(-kx\hat{i}' - M\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (x+d)\hat{i}')) = 0$$

dove $\vec{F}$ è la risultante delle forze reali che è uguale alla sola forza della molla essendo il peso delle masse e la reazione del vincolo uguali ed opposte, mentre $\vec{F}_c$ è la forza centrifuga che è la sola forza fittizia diversa da 0. Essendo $\vec{\omega}$ diretto lungo z e dunque perpendicolare al vettore $(x+d)\hat{i}'$, la relazione diventa:

$$-kx\hat{i}' + M\omega^2(x+d)\hat{i}' = 0 \rightarrow kx = M\omega^2(x+d) \rightarrow x = \frac{M\omega^2 d}{k - M\omega^2}$$

b) Avendo la molla massa trascurabile, il momento di Inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione è:

$I_S = I_M + I_M = 2I_M = 2M(x+d)^2 = \frac{2Mk^2 d^2}{(k - M\omega^2)^2}$ dove si è utilizzato per la x il valore trovato precedentemente.

Esercizio 4

La costante α ha dimensioni $[ML^{-3}T^{-2}]$ e unità di misura N/m^4 oppure $Kg/m^3 s^2$, mentre β ha dimensioni $[MLT^{-2}]$ e si misura in N oppure $Kg m/s^2$.

Il rotore del campo è nullo, dunque il campo è conservativo. Calcolando il lavoro su un cammino rettilineo a tratti tra l'origine $O(0,0,0)$ ed un punto generico $C(x,y,z)$ si ottiene l'energia potenziale $V = \alpha x^2 y^3 - \beta z$.

Il lavoro tra i punti $A(1,1,1)$ e $B(2,2,2)$ si ottiene dalla relazione:

$$L_{AB} = V(A) - V(B) = \beta - 31\alpha$$

Esercizio 5

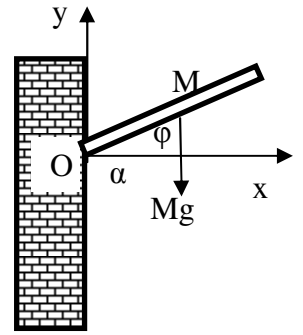
a) Quando la sbarra viene lasciata, su di lei agiscono 2 forze: la forza peso applicata nel centro di massa della sbarra (che coincide con il suo centro) e la reazione del vincolo applicata sul punto O (vedi figura qui a lato). Prendiamo un sistema di riferimento con l'origine nel punto O, asse X orizzontale nel piano del foglio, asse Y verticale nello stesso piano (fig. A lato) ed asse Z perpendicolare al foglio con verso uscente. L'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ si trova dalla relazione

$$\vec{M} = I_o \vec{\alpha}$$

dove $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{P} = -\frac{D}{2} Mg \sin \varphi \hat{k}$, $\varphi = 60^\circ$ e $I_o = \frac{MD^2}{3}$ è il momento d'inerzia

di una sbarra lunga D rispetto ad un suo estremo. Dunque risulta:

$$\vec{\alpha} = -\frac{3}{2} \frac{g}{D} \sin \varphi \hat{k} = -\frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{g}{D} \hat{k}$$



b) L'unica forza che compie lavoro è la forza peso che essendo conservativa permette di applicare la conservazione dell'energia meccanica tra l'istante iniziale (sbarra ferma ad un angolo α) e l'istante finale (sbarra in posizione verticale). Rispetto al sistema di riferimento disegnato in figura otteniamo:

$$E_i = V_i + T_i = Mg \frac{D}{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = Mg \frac{D}{2} \sin 30^\circ$$

$$E_f = V_f + T_f = \frac{1}{2} I_o \omega^2 - Mg \frac{D}{2}$$

Da $E_i = E_f$ si ottiene $\vec{\omega} = -\sqrt{\frac{3g(1 + \sin 30^\circ)}{D}} \hat{k}$

c) Dalla relazione $\vec{K} = I_o \vec{\omega}$ si ottiene $\vec{K} = -\frac{MD^2}{3} \sqrt{\frac{3g(1 + \sin 30^\circ)}{D}} \hat{k} = -MD^2 \sqrt{\frac{g(1 + \sin 30^\circ)}{3D}} \hat{k}$

Soluzioni compito B:

Esercizio 1

a) L'accelerazione tangenziale si trova dalla relazione:

$\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v_0 - At)}{dt} = -A\hat{t} \rightarrow$ dove si deduce che $|\vec{a}_t|$ è costante dunque si tratta di un moto uniformemente accelerato. Poichè la traiettoria del corpo è una circonferenza, significa che l'accelerazione deve avere anche una componente centripeta data da:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \hat{n} = \frac{(v_0 - At)^2}{R} \hat{n} \rightarrow t = 2s \rightarrow \frac{(v_0 - 2A)^2}{R} \hat{n}$$

Dunque

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \rightarrow t = 2s \rightarrow -A\hat{t} + \frac{(v_0 - 2A)^2}{R} \hat{n} \rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{A^2 + \frac{(v_0 - 2A)^4}{R^2}} = \sqrt{17} m/s^2$$

b) Dalla definizione $\vec{K} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \rightarrow t = 2s \rightarrow Rm(v_0 - 2A)\hat{k}$

c) L'istante in cui si inverte il moto è quello in cui la velocità è nulla $\vec{v} = 0 \rightarrow v_0 = At \rightarrow t = v_0 / A$.

Lo spazio percorso risulta:

$$\int_0^s ds = \int_0^{v_0/A} v dt \rightarrow s = \int_0^{v_0/A} (v_0 - At) dt \rightarrow s = \left| v_0 t - \frac{At^2}{2} \right|_0^{v_0/A} \rightarrow s = \frac{v_0^2}{2A}$$

$$\text{Da cui il numero di giri } n \text{ risulta: } n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{2A 2\pi R} = \frac{4}{\pi} = 1.27$$

:

Esercizio 2

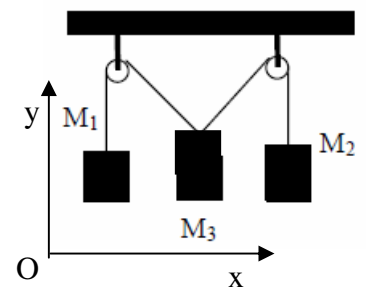
a-b) All'istante iniziale ho su ogni massa $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Prendiamo un sistema di

riferimento con gli assi x ed y come in figura qui a lato. Le forze che agiscono sui corpi sono dovute alla forza di gravità ed alla tensione dei due fili. Scriviamo la $\vec{F} = m\vec{a}$ (con $\vec{a} = 0$ dato che tutto è fermo) lungo x e y per i tre corpi:

$$\text{corpo } m_1 \quad \begin{cases} T_1 - P_1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_1 = M_1 g \end{cases}$$

$$\text{corpo } m_2 \quad \begin{cases} T_2 - P_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_2 = M_2 g \end{cases}$$

$$\text{corpo } m_3 \quad \begin{cases} -T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta = 0 \\ T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta - P_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_1 = T_2 \\ T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta = M_3 g \end{cases}$$



Risolvendo si ottiene: $T_1 = T_2 = T = M_1 g = M_2 g = M g$ e $M_3 = \frac{2T \cos \vartheta}{g} = 2M \cos \vartheta$

c) Non è più un problema di statica, ma ogni massa avrà un'accelerazione (uguale in modulo per tutti). Scriviamo la $\vec{F} = m\vec{a}$ per le tre masse, facendo attenzione che, rispetto al sistema di riferimento scelto, il segno dell'accelerazione delle masse M_1 e M_2 (che scendono) è opposto a quello di M_3 (che sale):

$$\text{corpo } m_1 \quad \begin{cases} T_1 - P_1 = -M_1 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_1 - M_1 g = -M_1 a \end{cases}$$

$$\text{corpo } m_2 \quad \begin{cases} T_2 - P_2 = -M_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_2 - M_2 g = -M_2 a \end{cases}$$

$$\text{corpo } m_3 \quad \begin{cases} -T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta = 0 \\ T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta - \frac{P_3}{2} = \frac{M_3}{2} a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_1 = T_2 \\ T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta - \frac{M_3 g}{2} = \frac{M_3 a}{2} \end{cases}$$

Ovviamente le tensioni T_1 e T_2 non hanno lo stesso valore del risultato trovato ai punti a-b. Risolvendo il sistema si ottiene: $a = g/3$ e volendo anche le tensioni dei 2 fili $T_1 = T_2 = T = M(g - a) = \frac{2}{3}Mg$. L'accelerazione del frammento libero è ovviamente $-\vec{g}$.

Esercizio 3

a) Fissiamo un sistema di riferimento con origine O nel centro di massa del sistema (cioè a metà della molla), asse X nel piano e che ruota seguendo le due masse, asse Y sempre sul piano perpendicolare all'asse X e asse Z perpendicolare al piano XY (cioè uscente dal foglio). In questo sistema di riferimento, le due masse puntiformi sono ferme dunque la risultante di tutte le forze è zero: trattandosi di un sistema di riferimento non inerziale, la risultante di tutte le forze si scrive:

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_c = 2(-kx\hat{i}' - M\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (x+d)\hat{i}')) = 0$$

dove $\vec{F}$ è la risultante delle forze reali che è uguale alla sola forza della molla essendo il peso delle masse e la reazione del vincolo uguali ed opposte, mentre $\vec{F}_c$ è la forza centrifuga che è la sola forza fittizia diversa da 0. Essendo $\vec{\omega}$ diretto lungo z e dunque perpendicolare al vettore $(x+d)\hat{i}'$, la relazione diventa:

$$-kx\hat{i}' + M\omega^2(x+d)\hat{i}' = 0 \rightarrow kx = M\omega^2(x+d) \rightarrow x = \frac{M\omega^2 d}{k - M\omega^2}$$

b) Avendo la molla massa trascurabile, il momento di Inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione è:

$I_S = I_M + I_M = 2I_M = 2M(x+d)^2 = \frac{2Mk^2 d^2}{(k - M\omega^2)^2}$ dove si è utilizzato per la x il valore trovato precedentemente.

Esercizio 4

La costante α ha dimensioni $[ML^{-2}T^{-2}]$ e unità di misura N/m^3 oppure Kg/m^2s^2 , mentre β ha dimensioni $[MT^{-2}]$ e si misura in N/m oppure Kg/s^2 .

Il rotore del campo è nullo, dunque il campo è conservativo. Calcolando il lavoro su un cammino rettilineo a tratti tra l'origine $O(0,0,0)$ ed un punto generico $C(x,y,z)$ si ottiene l'energia potenziale $V = \alpha xz^3 - \beta y^2$.

Il lavoro tra i punti $A(1,1,1)$ e $B(2,2,2)$ si ottiene dalla relazione:

$$L_{AB} = V(A) - V(B) = 3\beta - 15\alpha$$

Esercizio 5

a) Data la simmetria del sistema, il suo centro di massa è situato in mezzo alla sbarra; rispetto a questo punto, il momento di inerzia del sistema $I_{S,CM}$ è dato dalla somma dei momenti di inerzia dei singoli corpi (sbarra e dischi) più l'applicazione del teorema di Huygens Steiner. In formule:

$$I_{S,CM} = I_{sbarra,CM} + 2I_{disco,CM} \quad \text{dove}$$

$I_{sbarra,CM} = \frac{MD^2}{12}$ dato che il centro di massa del sistema coincide con il centro di massa della sbarra e

$I_{disco,CM} = \frac{MR^2}{2} + M(\frac{D}{2} + R)^2$ in cui il primo termine è il momento d'inerzia del disco rispetto al suo centro di massa (centro del disco) ed il secondo termine è dovuto al teorema di Huygens Steiner dove $(\frac{D}{2} + R)$ è la distanza tra il centro di massa del sistema e quello del disco.

Svolgendo i calcoli si ottiene $I_{S,CM} = \frac{7MD^2}{12} + 3MR^2 + 2MRD$

b) L'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ si trova dalla relazione

$$\vec{M} = I_{S,CM} \vec{\alpha}$$

Prendiamo un sistema di riferimento con origine nel centro di massa del sistema, assi X e Y nel piano della molla e asse Z perpendicolare ad esso ed uscente. Sul sistema agiscono le seguenti forze: la forza peso dei vari corpi e la reazione vincolare su di loro esercitata dal piano che hanno risultante nulla e la forza delle 2 molle, che sono le uniche che entrano nel calcolo del momento della forza $\vec{M}$. In formule:

$\vec{M} = \sum_{i=1}^2 \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i = 2\left(\frac{\vec{D}}{2} + \vec{R}\right) \wedge (-K\vec{\Delta}l) = -(D+2R)K\Delta l \hat{k}$ dove si è sfruttata la perpendicolarità tra i vettori $\left(\frac{\vec{D}}{2} + \vec{R}\right)$ e $\vec{\Delta}l$. L'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ risulta dunque:

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{M}}{I_{S,CM}} = \frac{-(D+2R)K\Delta l}{\frac{MD^2}{3} + 3MR^2 + MRD} \hat{k}$$

c) Le uniche forze che agiscono sul sistema sono quelle delle 2 molle che sono conservative, dunque si può applicare la conservazione dell'energia meccanica:

$E_i = 2\left(\frac{1}{2}K\Lambda l^2\right)$ nell'istante iniziale è tutto fermo, ho solo l'energia potenziale delle molle

$E_f = \frac{1}{2}I_{S,CM}\omega^2$ nell'istante finale il sistema ruota attorno al centro di massa

$$E_i = E_f \rightarrow |\vec{\omega}| = \sqrt{\frac{2K\Lambda l^2}{I_{S,CM}}} \text{ o in notazione vettoriale } \vec{\omega} = -\sqrt{\frac{2K\Lambda l^2}{I_{S,CM}}} \hat{k}$$